



Z przestrzeni
na płaszczyznę

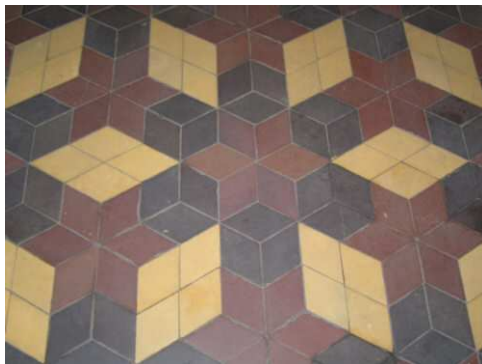


Wstęp

W naszej pracy zajęliśmy się nietypowymi parkietażami. Zwykle parkietaże związane są z wielokątami i innymi figurami płaskimi. Postanowiliśmy zbadać jakie parkietaże powstają, jeśli wykorzystamy siatki wielościanów.

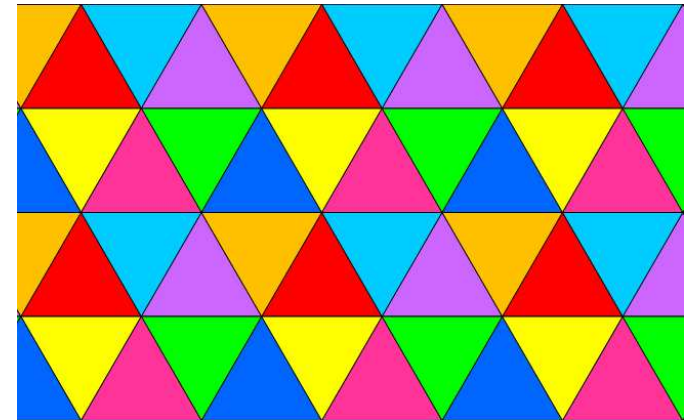
Co to jest parkietaż?

Parkietaż to pokrycie płaszczyzny wielokątami przylegającymi i nie zachodzącymi na siebie. Często pojawiają się w architekturze i twórczości plastycznej. Niektóre parkietaże powstają z kostek jednego kształtu, inne z dwóch, trzech lub więcej. Jeśli wykorzystujemy tylko jeden rodzaj kostek w kształcie wielokąta foremnego, parkietaż nazywamy platońskim lub foremny.

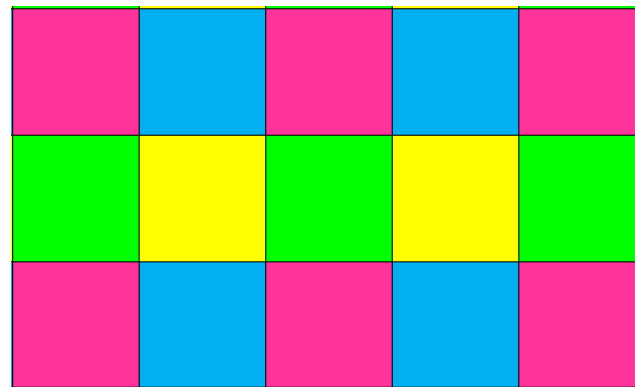


Wielokąty foremne, którymi można pokryć płaszczyznę

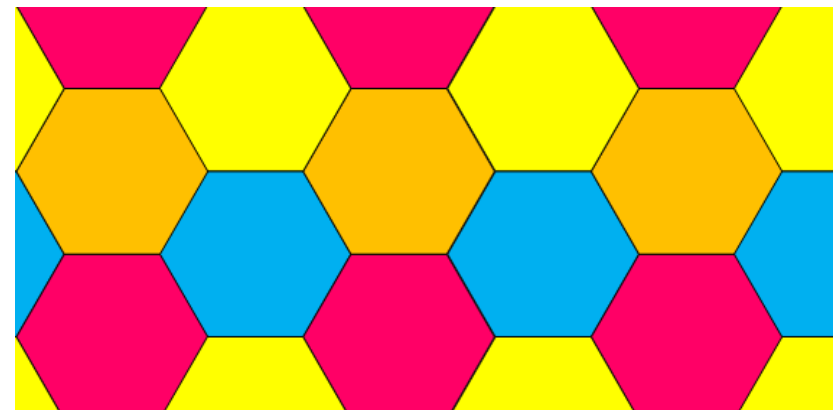
- Trójkąt równoboczny



- Kwadrat

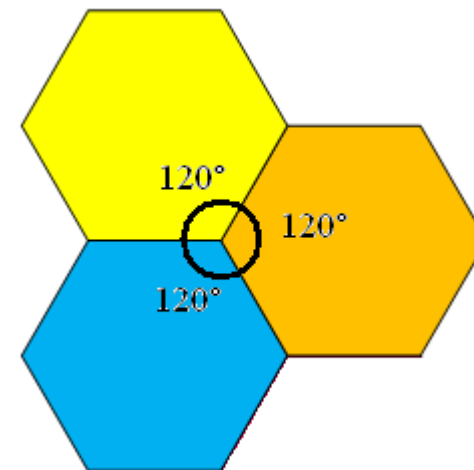
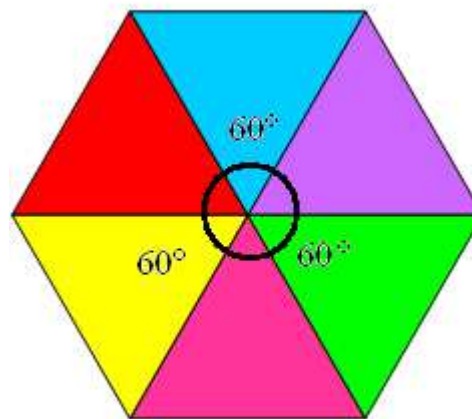
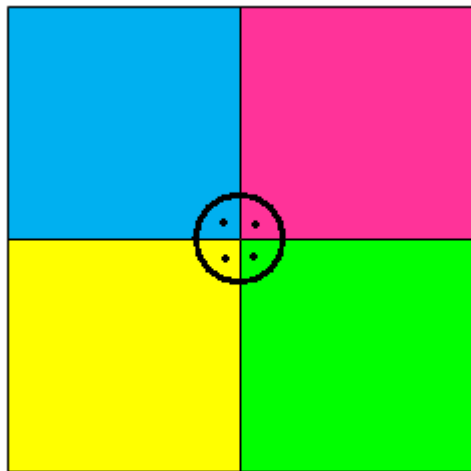


- Sześciokąt foremny



Jaki warunek musi być spełniony by pokryć płaszczyznę wielokątami foremnymi?

Suma miar kątów między bokami stykających się wielokątów, które posiadają wspólny wierzchołek musi wynosić 360°



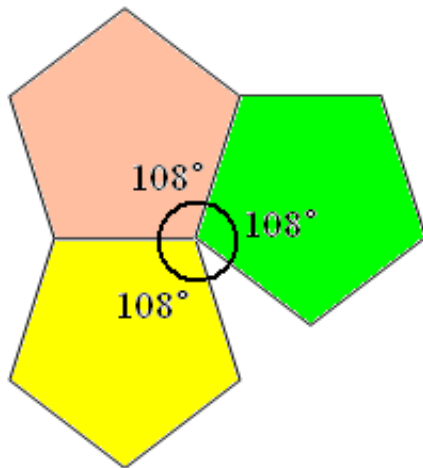
Wielokąty foremne, które nie spełniają powyższego warunku.

Pięciokąty foremne.

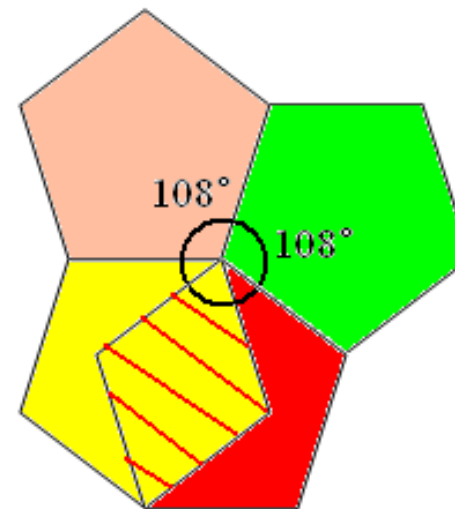
Pokrycie płaszczyzny pięciokątami foremnymi jest niemożliwe.

$$108^\circ \cdot 3 = 324^\circ$$

$$324^\circ \neq 360^\circ$$



Płaszczyzna została pokryta bez pustych przestrzeni, ale dwa pięciokąty nakładają się na siebie.



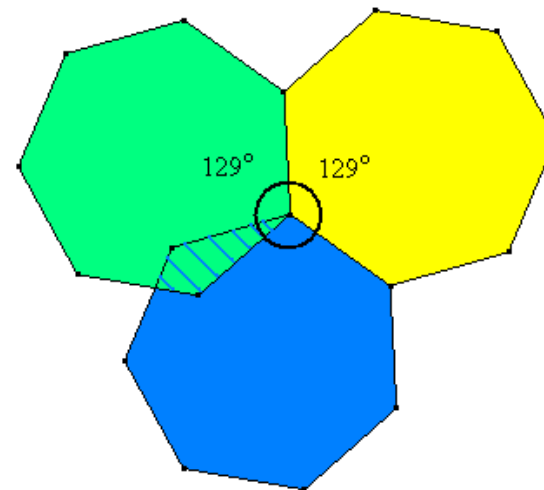
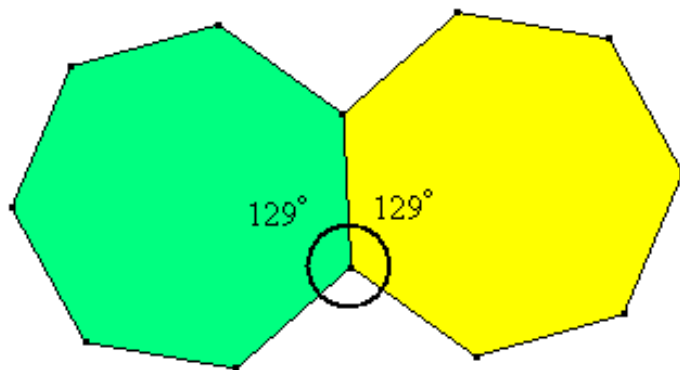
Wielokąty foremne, które nie spełniają powyższego warunku.

Siedmiokąty foremne.

Pokrycie płaszczyzny siedmiokątami foremnymi jest niemożliwe.

$$129^\circ \cdot 2 = 258^\circ$$

$$258^\circ \neq 360^\circ$$

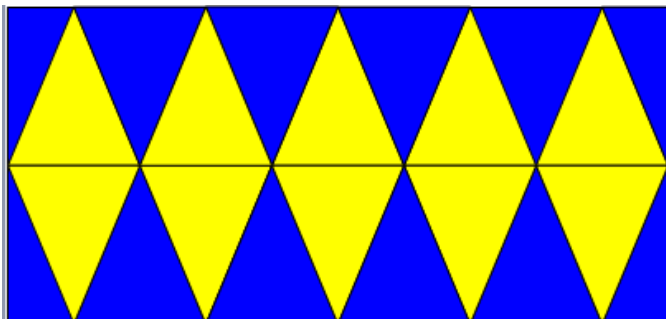


Płaszczyzna została pokryta bez pustych przestrzeni, ale dwa siedmiokąty nakładają się na siebie. Podobnie jest dla wielokątów foremnych o większej liczbie boków.

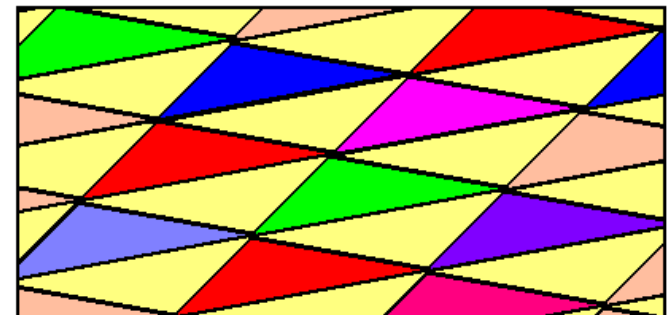
Trójkąty na płaszczyźnie

Jeżeli weźmiemy dowolny trójkąt, to można pokryć całą płaszczyznę, bo suma kątów wewnętrznych wynosi 180°

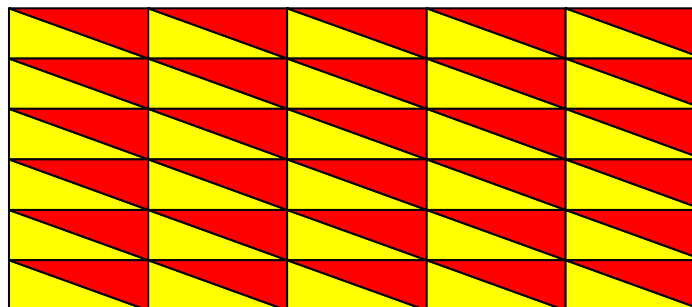
Trójkąt równoramienny



Trójkąt różnoboczny

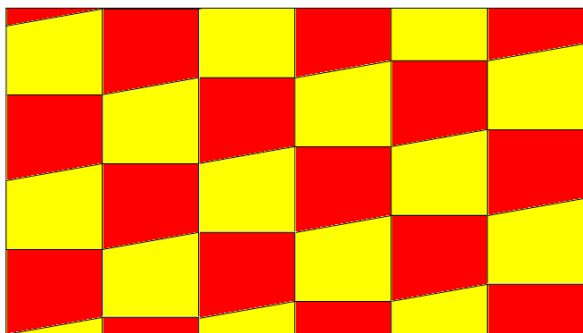


Trójkąt prostokątny
różnoboczny

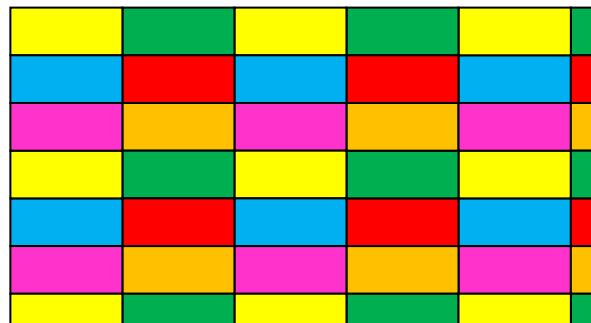


Czworokąty na płaszczyźnie

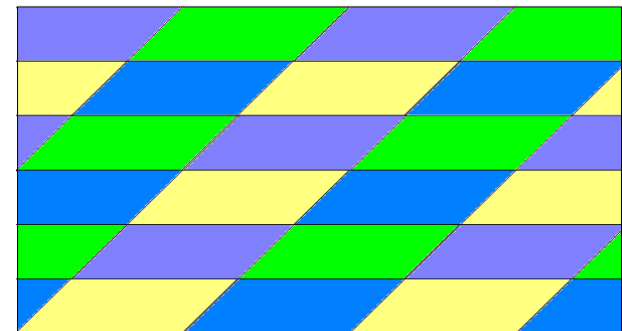
Trapez prostokątny



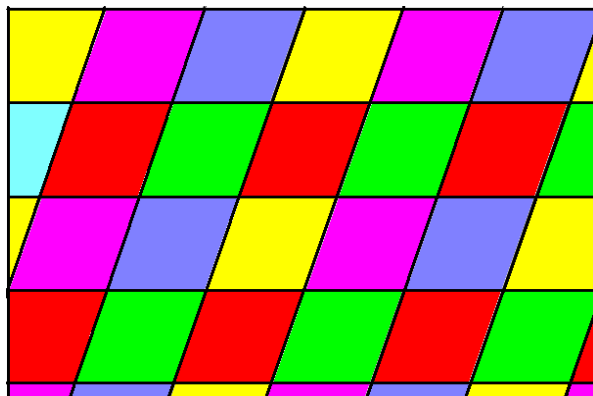
Prostokąt



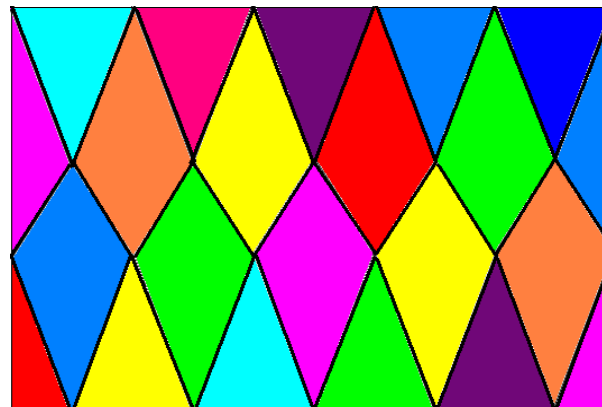
Równoległobok



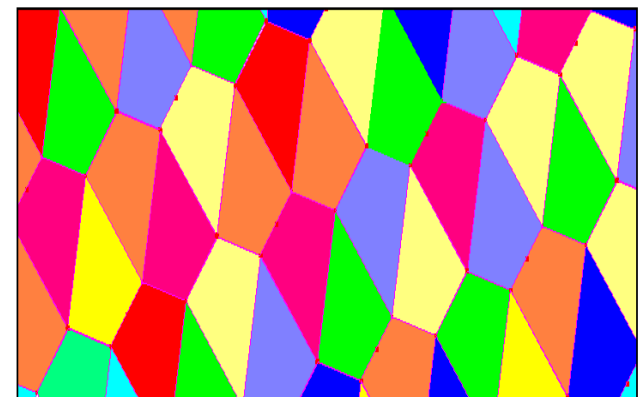
Romb



Deltoid



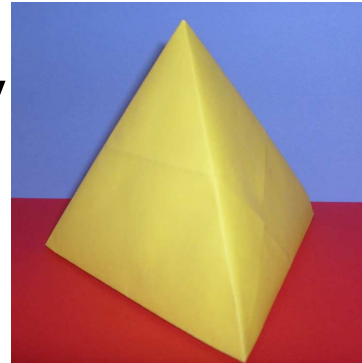
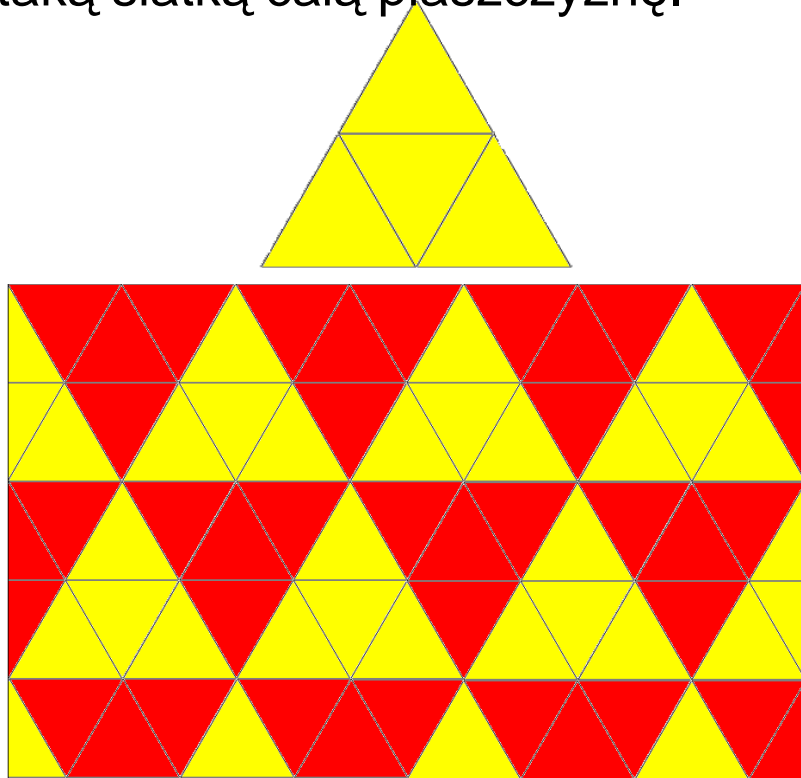
Dowolny czworokąt



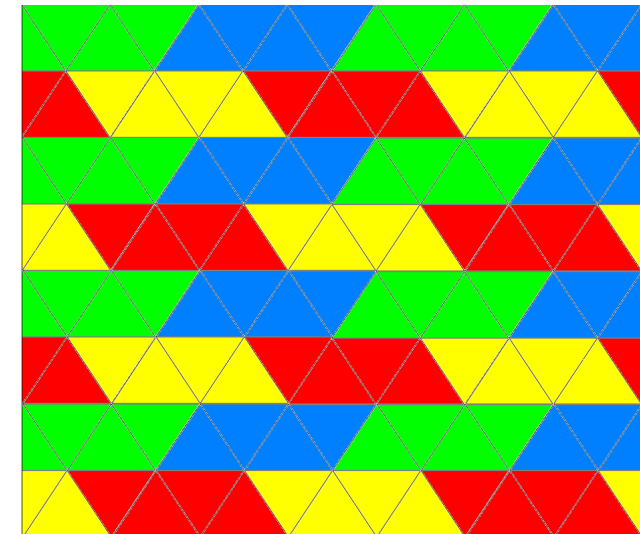
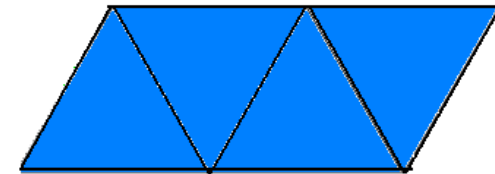
Siatki wielościanów foremnych

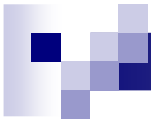
1. Czworoscian foremny

4 trójkąty tworzą większy trójkąt równoboczny, można więc pokryć taką siatką całą płaszczyznę.

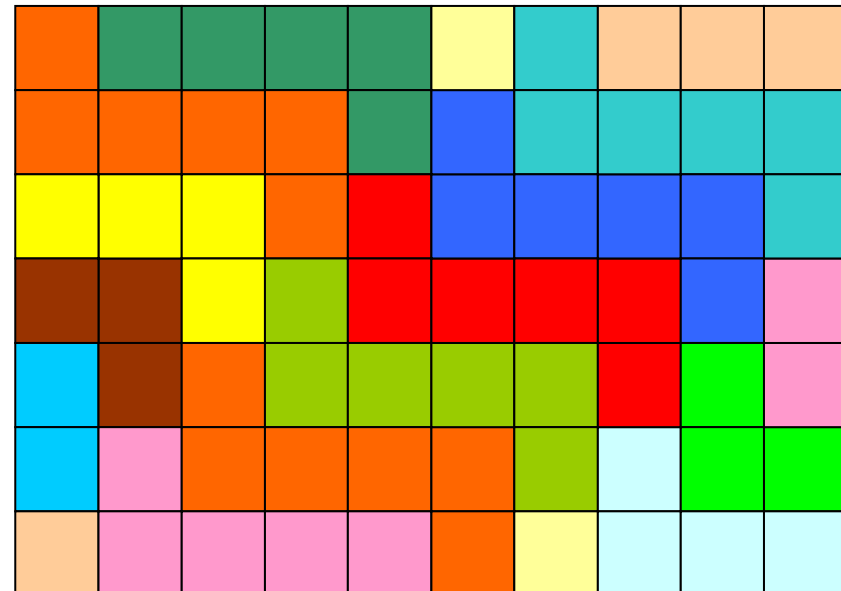
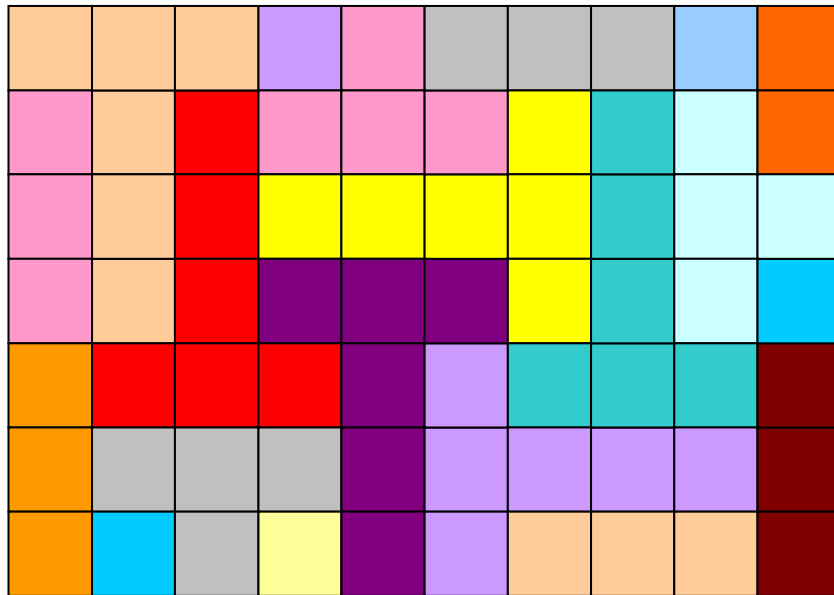
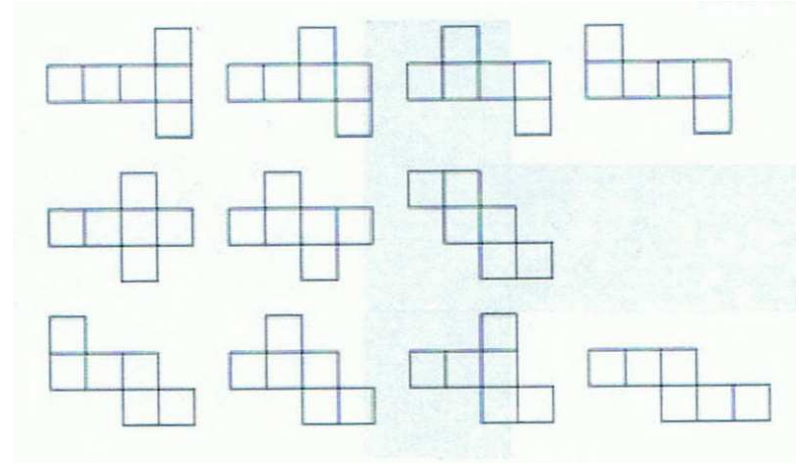
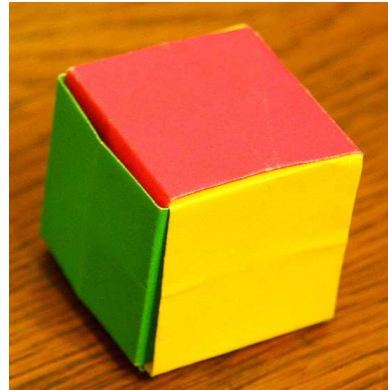


4 trójkąty tworzą równoległobok i taka siatką można więc pokryć płaszczyznę.

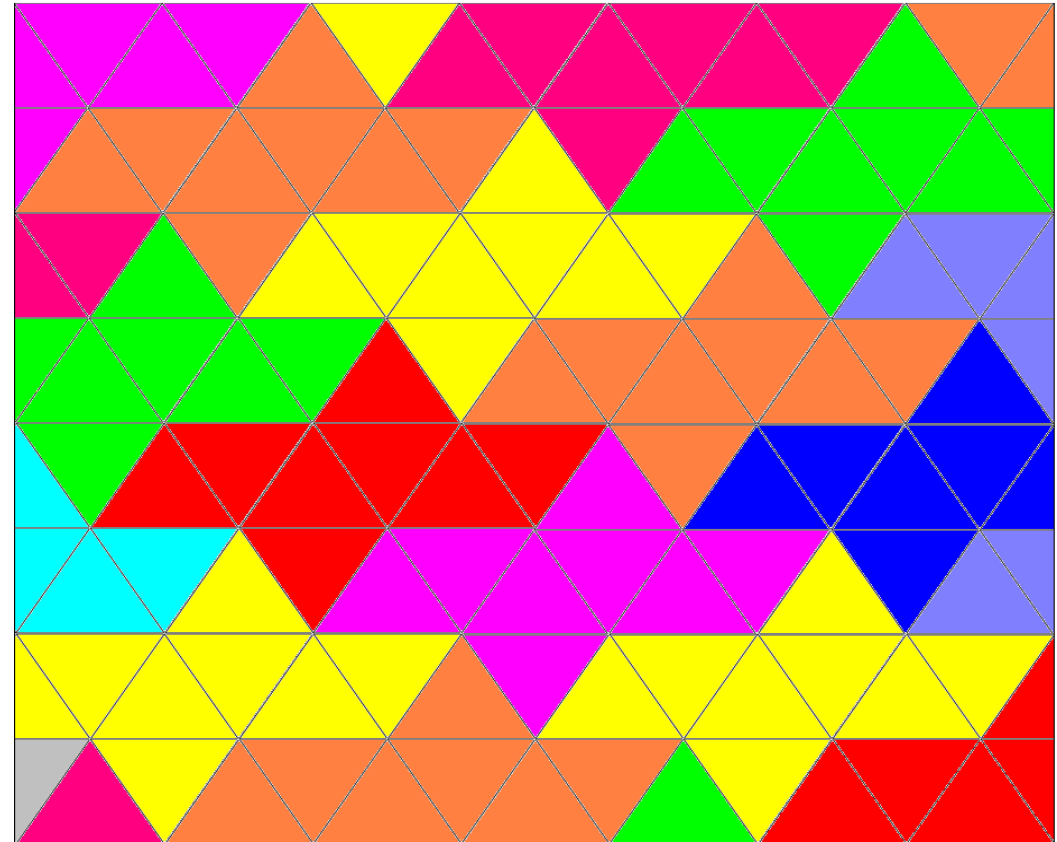
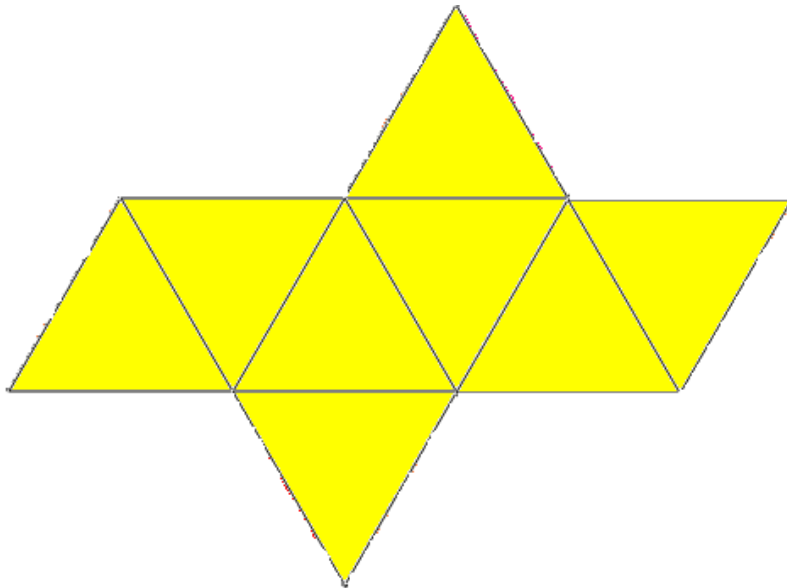




2.Sześcián

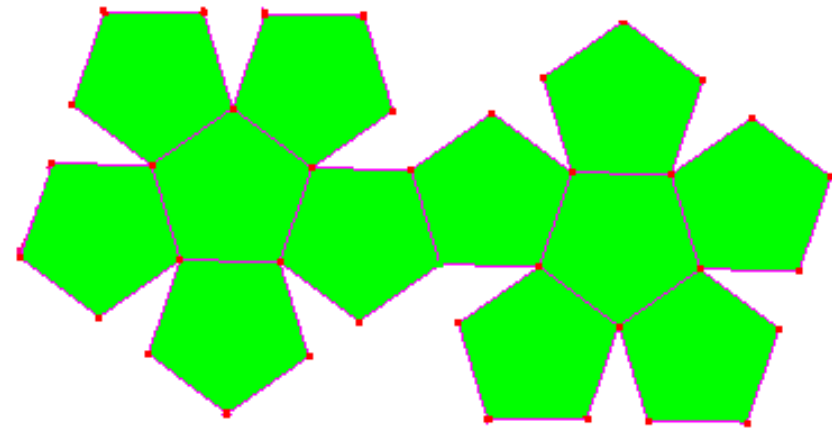
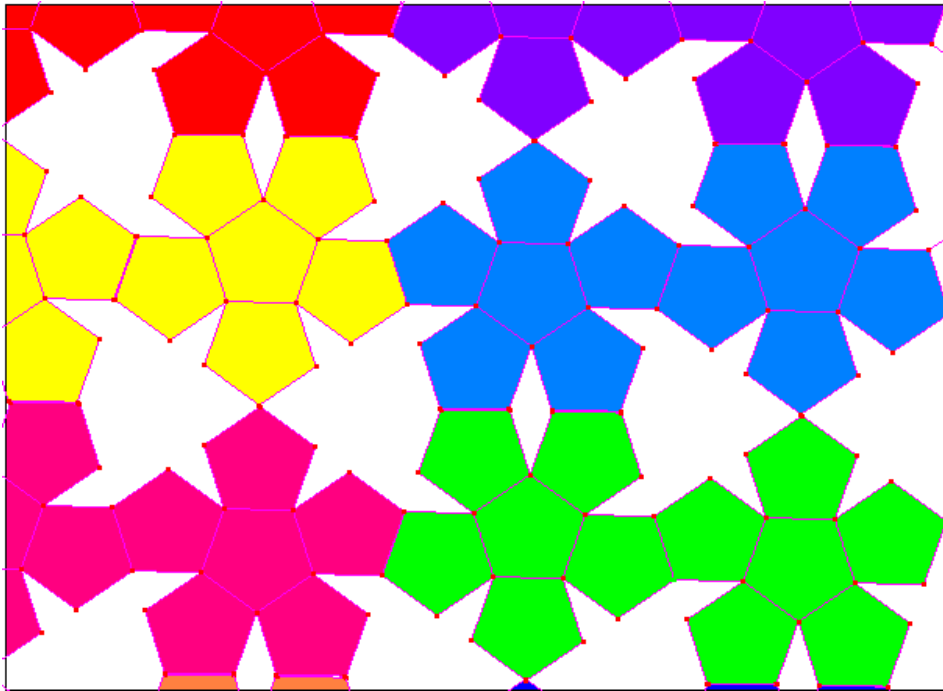


3. Ośmiościan foremny



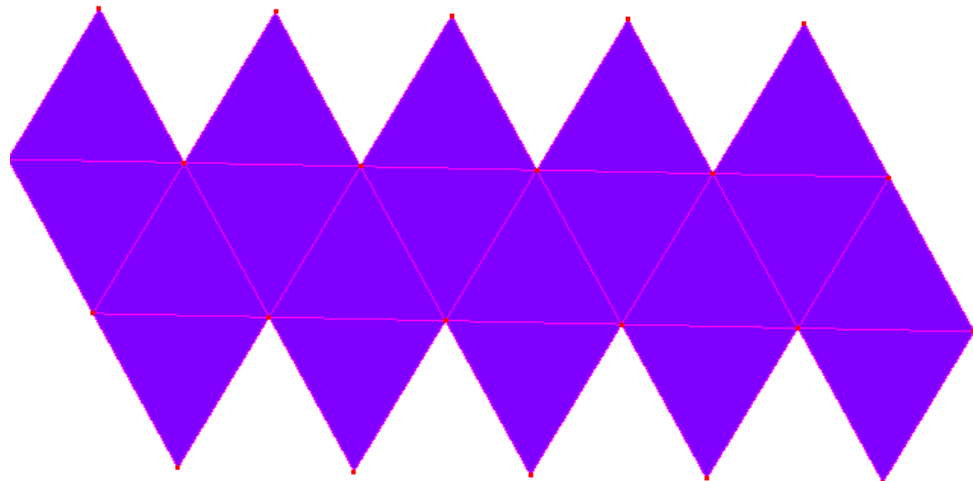
Siatka składa się z ośmiu trójkątów równobocznych.
Na rysunku poniżej jest dziesięciokątem.

4. Dwunastościan foremny

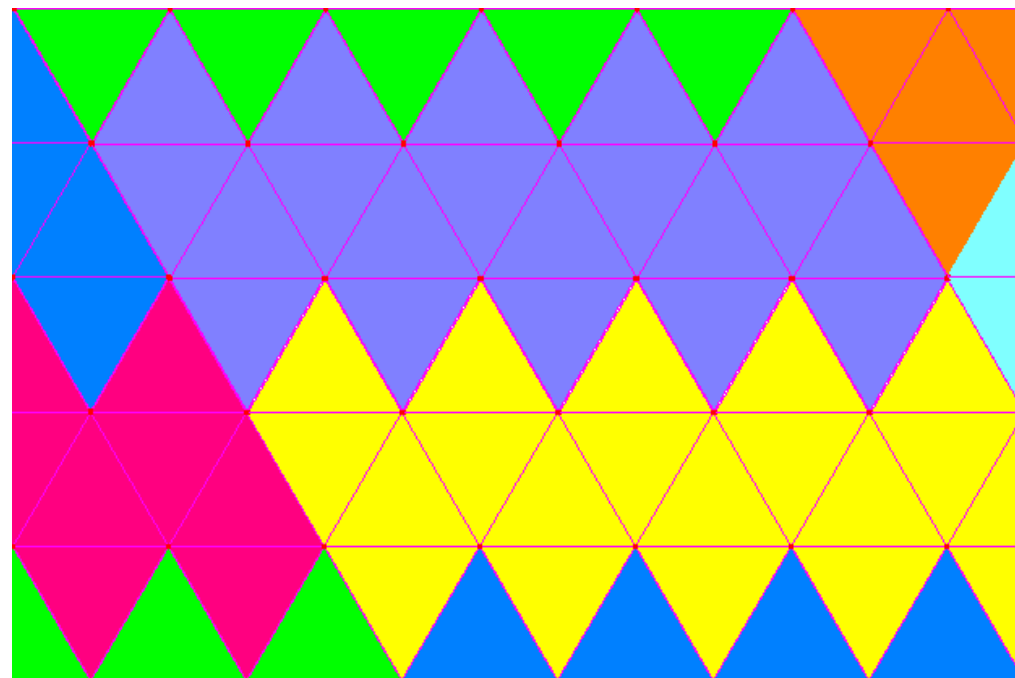


Płaszczyzna została pokryta siatkami dwunastościanów foremnych . Są tu widoczne puste przestrzenie, gdyż ściany tej bryły są pięciokątami foremnymi. Wykazałyśmy wcześniej, że pokrycie płaszczyzny tymi wielokątami jest niemożliwe. Suma kątów przy wierzchołku stykających się figur nie jest równa 360° .

5. Dwudziestościan foremny.



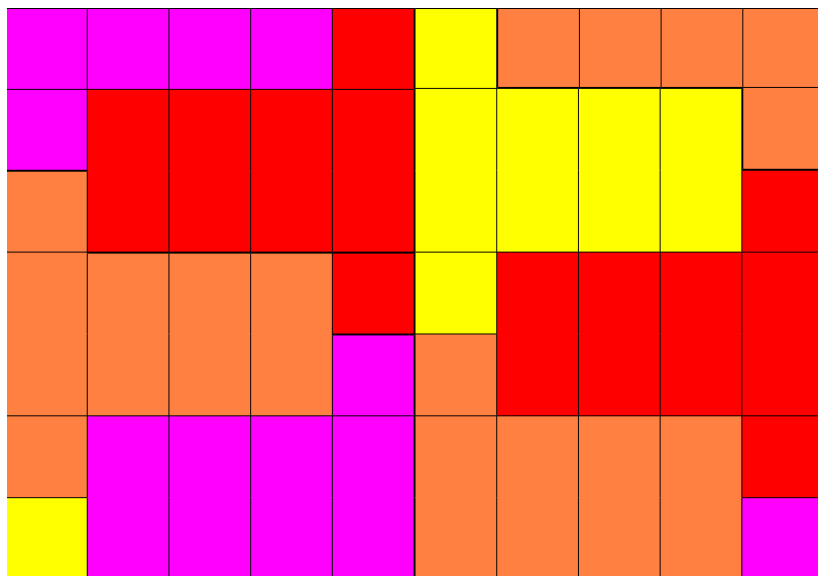
Siatka składa się z dwudziestu trójkątów równobocznych. Na tym rysunku jest dwudziestokątem.



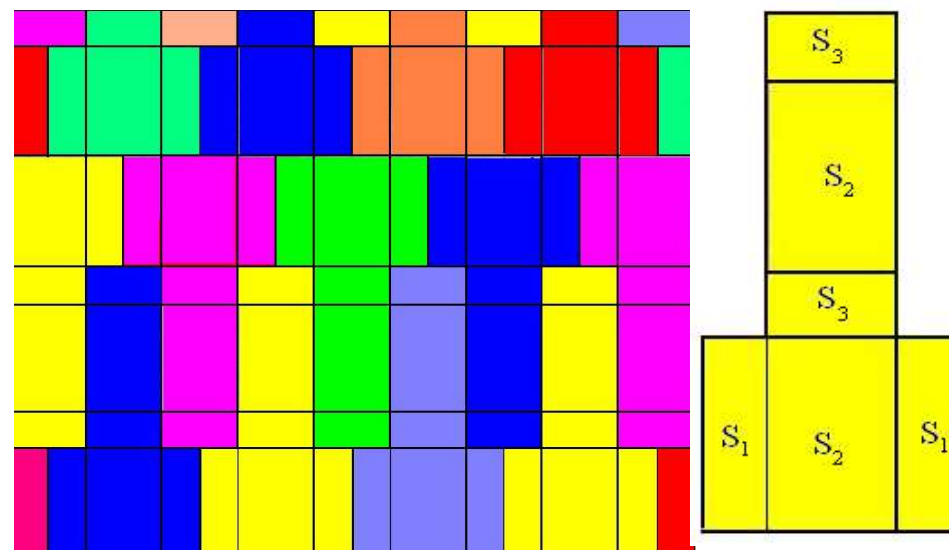
Siatki prostopadłościanu

a) Płaszczyzna pokryta bez pustych przestrzeni.

Podstawa jest kwadratem, a ściany boczne są prostokątami, gdzie jeden bok jest równy krawędzi podstawy, a drugi dwa razy dłuższy od niej.

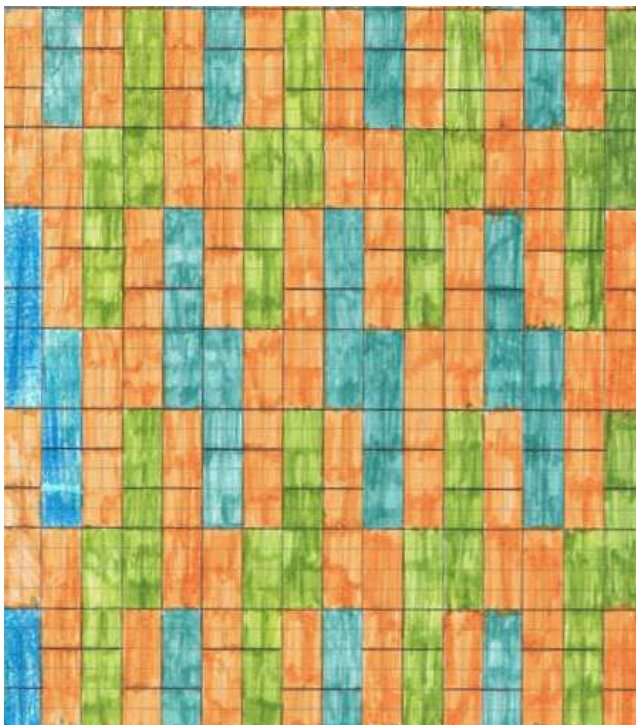


Siatka prostopadłościanu zbudowana jest z trzech par różnych prostokątów. Pole ściany S_1 jest dwa razy mniejsze od pola ściany S_2 . Dłuższa krawędź ściany S_3 jest dwa razy dłuższa od krawędzi ściany S_1 .

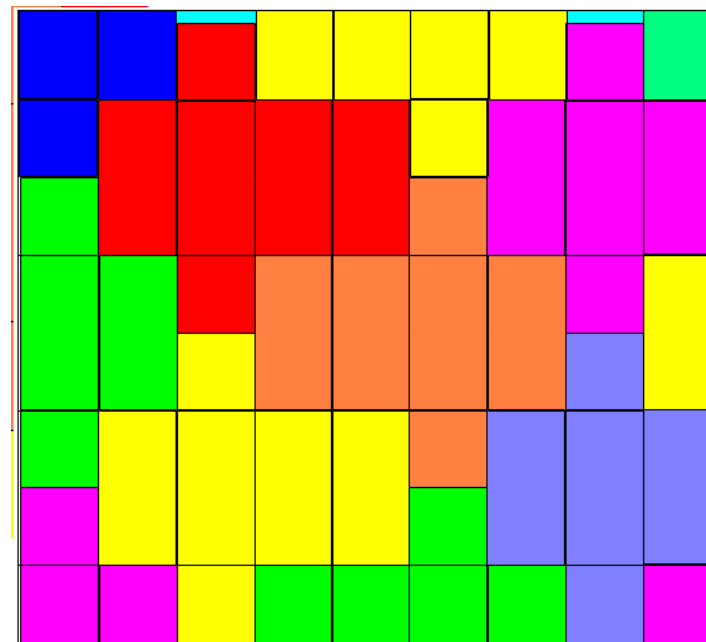


Siatki prostopadłościanu

Pole podstawy jest dwa razy mniejsze od pola ściany bocznej. Krawędź podstawy jest równa krótszej krawędzi ściany bocznej.

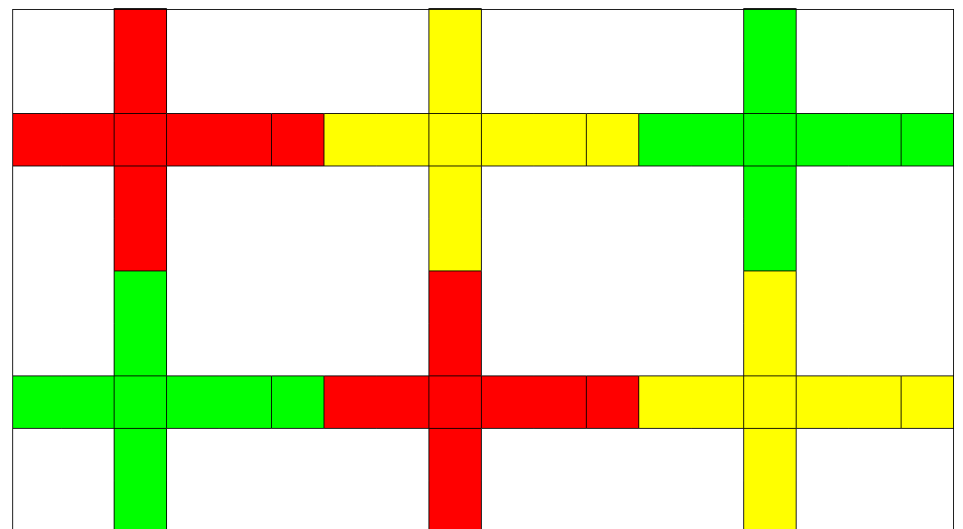
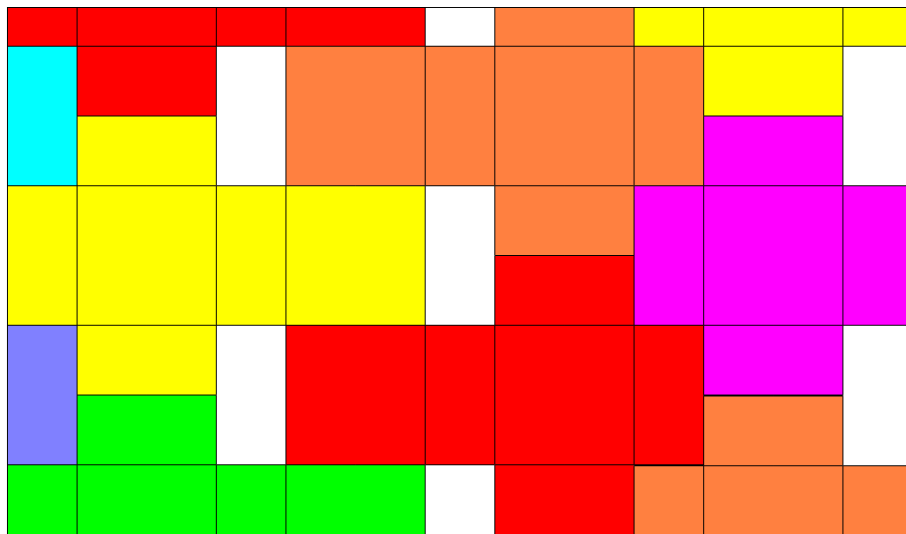


Podstawa jest kwadratem, a ściany boczne są prostokątami gdzie jeden bok jest równy krawędzi podstawy, a drugi dwa razy dłuższy od niej.



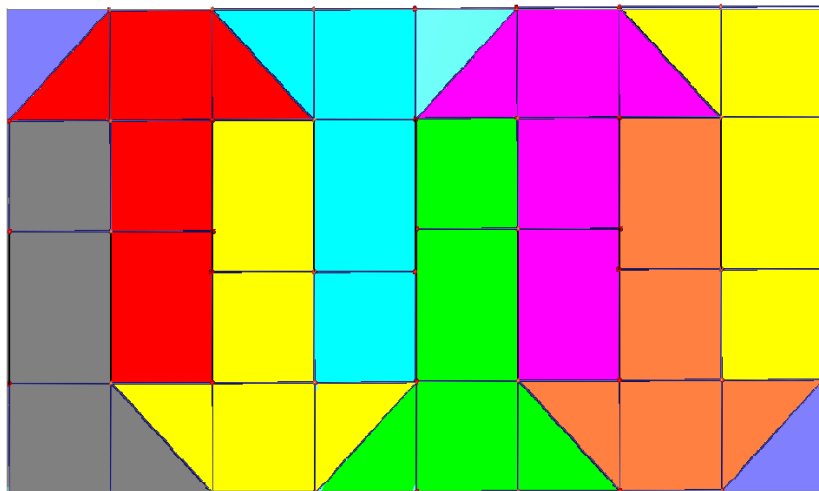
Siatki prostopadłościanu

b) Płaszczyzna pokryta z pustymi przestrzeniami

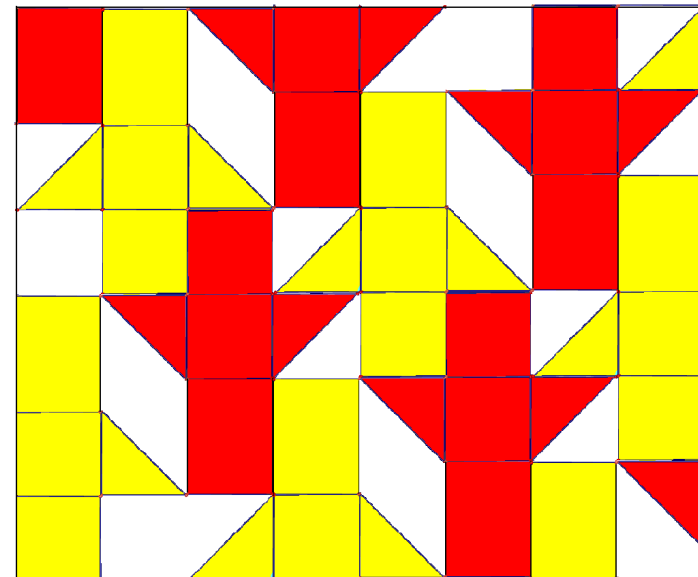


Siatki graniastopła trójkątnego

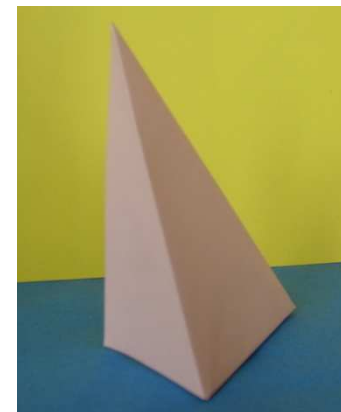
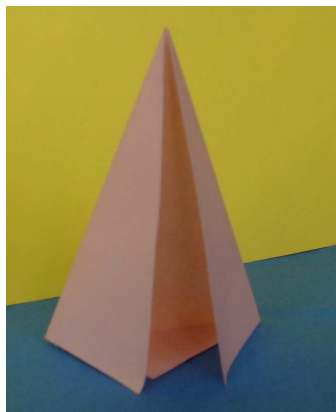
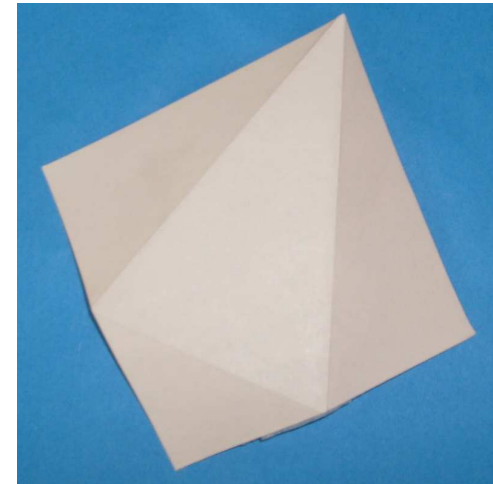
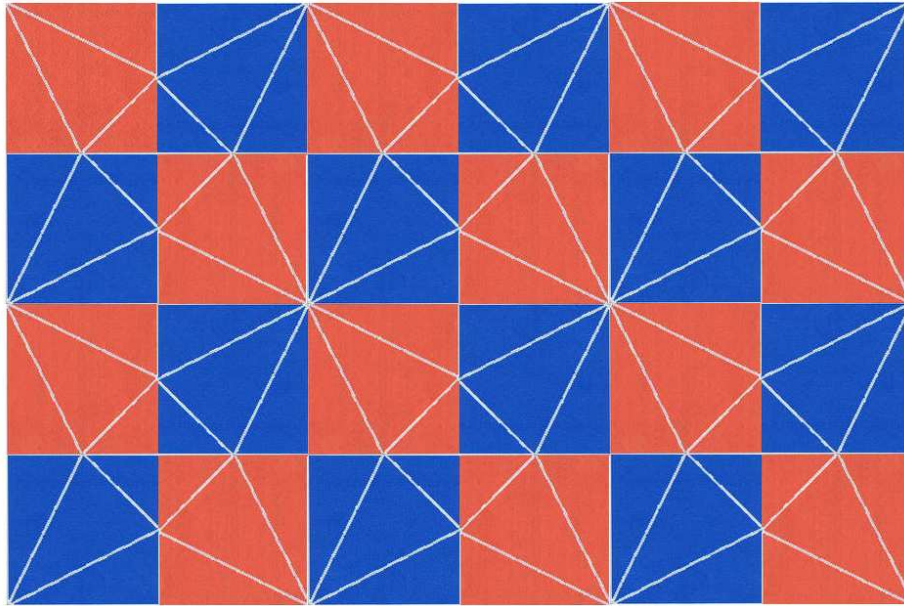
Układamy siatki tak , aby nie było pustych przestrzeni. Nie zwracamy uwagi czy krawędzie tej samej długości przylegają do siebie.



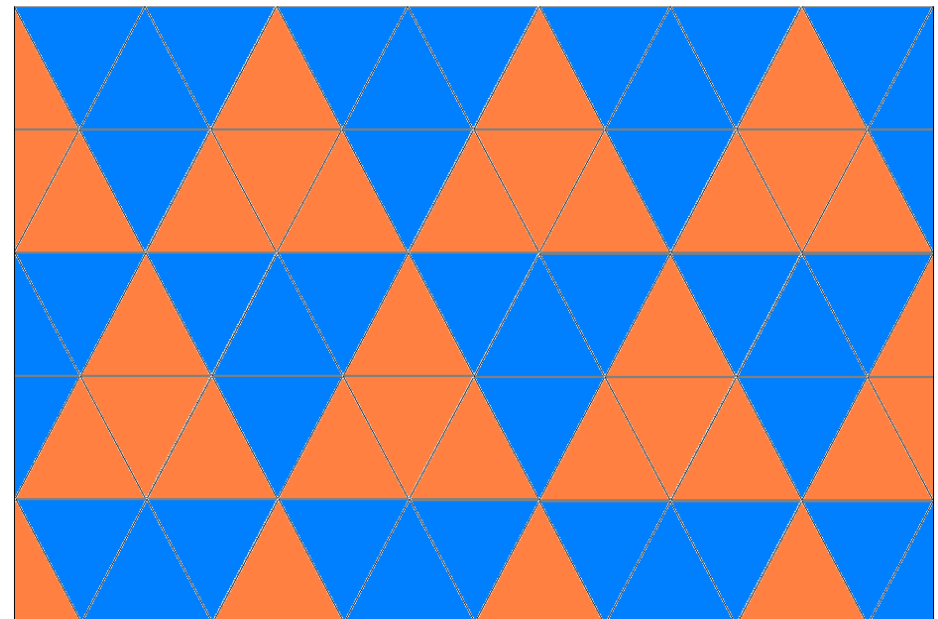
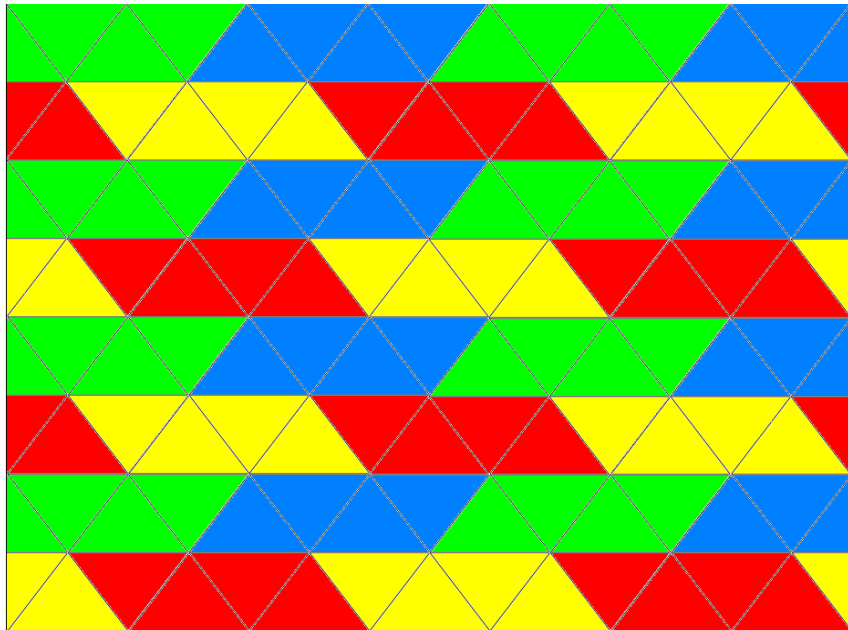
Pokrywamy płaszczyznę siatkami tak, aby jednakowe krawędzie stykały się ze sobą . Przy takim ułożeniu występują puste przestrzenie.



Siatki ostrosłupów

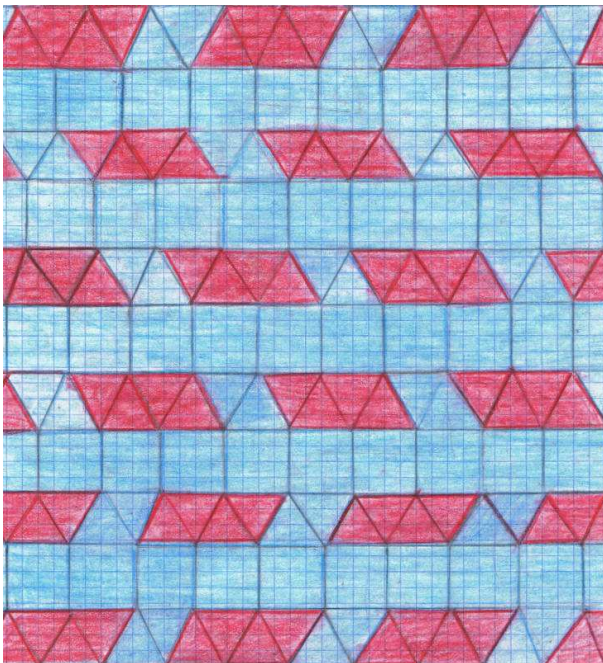


Czworościany foremne to ostrosłupy trójkątne.

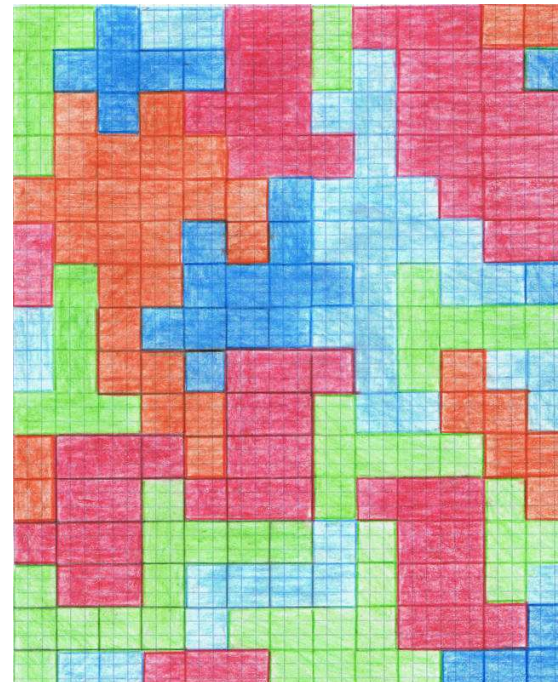


Wykorzystanie siatek różnych wielościanów

Płaszczyzna pokryta siatką czworoboku foremnego i siatką graniastosłupa prawidłowego trójkątnego.



Płaszczyzna pokryta 4 rodzajami siatek sześciianu i siatką prostopadłościanu o podstawie kwadratu.





Wykorzystane:

- "Śladami Pitagorasa" Szczepan Jeleński,
- Microsoft Office Word,
- GeoGebra,
- Cabri II Plus,
- Cabri 3D,
- Wikipedia,
- <http://www.matematyka.wroc.pl/matematykawasztuce/matematyka-pod-stopami-ii>,
- prace naszych koleżanek i kolegów.



Wykorzystując naszą wyobraźnię próbowaliśmy pokrywać płaszczyznę odpowiednimi siatkami. Dobieraliśmy je tak, aby przylegały do siebie i tak, aby nie zostawały puste przestrzenie. Kilka z pomysłów powstało z obserwacji prac naszych koleżanek i kolegów. Przedstawione przez nas propozycje nie wyczerpują wszystkich możliwości.

Dziękujemy
za uwagę 😊

Gabriela Głąb
Dominika Warcholek
uczennice klasy III b
Gimnazjum Nr 37 w Krakowie
os. Złotego Wieku 36
Opiekun mgr Teresa Sklepek