

ZUZANNA CYUNEL
MAREK ŁOBAZIEWICZ
z klasy 4a

PAPIEROWE ZABAWY GEOMETRYCZNE

**ODWZOROWANIE
FIGUR GEOMETRYCZNYCH BEZ UŻYCIA PRZYRZĄDÓW**

praca wykonana pod kierunkiem
mgr Piotra Dylewskiego

Szkoła Podstawowa nr 95
ul. Wileńska 9
31-413 Kraków

SPIS TREŚCI

1. WSTĘP

2. GEOMETRIA – POJĘCIA OGÓLNE

2.1. POJĘCIA PODSTAWOWE

2.2. FIGURY GEOMETRYCZNE

2.3. FIGURY PŁASKIE

3. ODWZOROWANIE FIGUR PŁASKICH NA PAPIERZE

- **PUNKT**

- **PROSTA**

- **KĄT PROSTY**

- **PROSTE PROSTOPADŁE I RÓWNOLEGŁE**

- **ODCINEK**

- **TRÓJKĄTY**

- **CZWOROKĄTY**

- **WIELOKĄTY FOREMNE**

4. PODSUMOWANIE PRACY

1. WSTĘP

Matematyka jest Królową Nauk.

To ogólnie znany fakt już od tysięcy lat. Być może już ludy pierwotne doceniały jej potęgę wymieniając się towarami czy przekazując sobie wiadomości dotyczące kierunku i odległości potrzebnych do przebycia drogi. Starożytne kultury stworzyły systemy liczenia i zapisywania danych matematycznych (Egipcjanie – liczby, Inkowie – liczydła sznurkowe, Majowie – kalendarz i Grecy – mający chyba największy wkład w rozwój nauk matematycznych – np. geometrię). Na przestrzeni wieków matematyka rozwijała się w postępie geometrycznym. Jesteśmy przekonani o tym, że całość zjawisk i rzeczy Świata można opisać za pomocą języka matematycznego. My jeszcze nie potrafimy tego zrobić, ale możemy próbować zrozumieć ten proces. Wydaje nam się, że na razie najbliższą nam dziedziną, która daje takie możliwości jest geometria. I choć, po wstępnej analizie tego działu, zdajemy sobie sprawę, że jest on tak rozległy i skomplikowany, że nie jesteśmy w stanie zrozumieć jego całej złożoności, to wstępne pojęcia takie jak figury, czy ich odwzorowanie są nam bardzo bliskie. Z tymi pojęciami spotykaliśmy się już od wczesnego dzieciństwa. Książeczki dla dzieci, kolorowanki czy wyklejanki pełne są figur geometrycznych. Budowanie z klocków, czy lepienie z plasteliny jest działaniem geometrycznym w przestrzeni. Od przedszkola wiemy, że aby narysować domek trzeba do kwadratu (ściany) dorysować trójkąt (dach), a potem jeszcze w ten kwadrat wstawić prostokąt (drzwi). Każde dziecko uwielbia takie zabawy. My też nadal lubimy budować, sklejać, rysować. Postanowiliśmy znaleźć nową formę zabawy geometrycznej i spróbować tworzyć na papierze kształty i formy bez użycia żadnych przyrządów.

2. GEOMETRIA – POJĘCIA OGÓLNE

Geometria (słowo to pochodzi z języka greckiego i oznacza mierzenie ziemi) jest jednym z działów matematyki, którego przedmiotem jest badanie figur geometrycznych i zależności między nimi.

Geometria powstała w starożytności. W swych początkach była zbiorem przepisów wykonywania pomiarów przedmiotów materialnych. Pierwsze próby formułowania twierdzeń geometrii pojawiły się w VI wieku p.n.e. w starożytnej Grecji (Tales z Miletu). Zbiorem poznanych do III wieku p.n.e. faktów jest dzieło Euklidesa *Elementy* (ok. 300 p.n.e.).

2.1. POJĘCIA PODSTAWOWE

Pojęciem bez definicji nazywamy pojęciem pierwotnym.

Pojęcia pierwotne w geometrii, to: **punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń.**

Aksjomat to zdanie, którego prawdziwość przyjmuje się bez dowodu.

Aksjomaty w geometrii, to:

- Przez każdy punkt płaszczyzny przechodzi nieskończenie wiele prostych
- Przez każde dwa różne punkty przechodzi dokładnie jedna prosta
- Przez punkt nie leżący na prostej l przechodzi dokładnie jedna prosta k równoległą do prostej l .

2.2. FIGURY GEOMETRYCZNE

Figury geometryczne na płaszczyźnie noszą nazwę **figur płaskich**, w przestrzeni trójwymiarowej **brył geometrycznych**.

Badaniem właściwości figur płaskich zajmuje się dział geometrii zwany **planimetrią (geometrią płaszczyzny)**.

2.3. FIGURY PŁASKIE

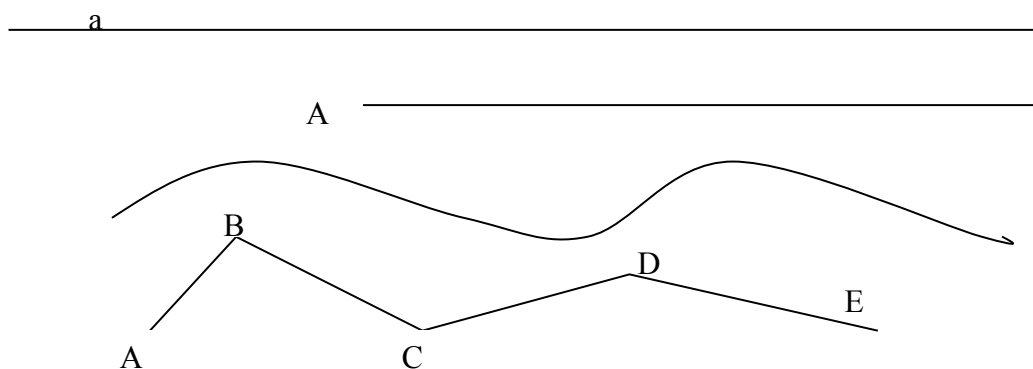
PUNKT:

Najmniejszy, bezwymiarowy obiekt geometryczny. Jest to jedno z podstawowych pojęć geometrii. Punkt ma zawsze zerowe rozmiary, dwa punkty mogą więc różnić się tylko położeniem. Punkty zaznacza się na rysunku jako x (krzyżyk), kółko lub kropkę i tradycyjnie oznacza wielkimi literami alfabetu łacińskiego (A, B, C).

Pierwszą próbę opisu pojęcia punktu podjął Euklides: „Punkt to jest to, co nie składa się z części (czego nie można rozłożyć na części)”. Dla Euklidesa punkt jest "miejscem" bez wymiarów, co oddał w swoich postulatach czy twierdzeniach. Na przykład: "dwie proste przecinają się w punkcie...", "z punktu można zakreślić okrąg...".

LINIA:

Punkt poruszający się w przestrzeni kreśli linię, np. obserwując niebo w pogodną noc sierpniową, widzimy często srebrnoświatłne linie powstałe przez spadające gwiazdy.



POWIERZCHNIA:

Linia, kiedy porusza się w przestrzeni, zakreśla powierzchnię, np. koło szybko biegnącego wozu robi wrażenie pokrytego powierzchnią, powstałą przez ruch szprych kołowych.

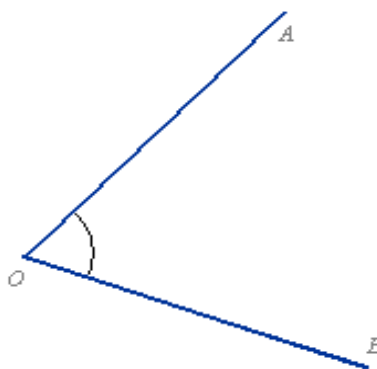
BRYŁA:

Wreszcie przez ruch powierzchni możemy otrzymać ciało geometryczne, czyli bryłę. Rozżarzona do czerwoności blacha żelazna, spadając w ciemności z góry na dół, daje wyobrażenie ciała geometrycznego w postaci czerwonego słupa.

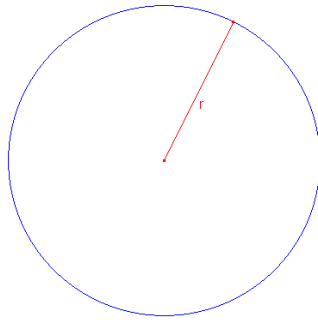
„Można więc powiedzieć, że istnieje jeden zasadniczy twór geometryczny, mianowicie punkt (bezwymiarowy), przez ruch którego powstaje twór jednowymiarowy - zwany linią, przez ruch linii powstaje twór dwuwymiarowy - powierzchnia, wreszcie przez ruch powierzchni twór trójwymiarowy zwany bryłą. (...)”

Jakkolwiek powierzchni nie możemy w rzeczywistości oderwać od bryły, linii od powierzchni, a punktu od linii, to jednak dla dokładniejszego zbadania ich własności można potraktować je w geometrii niezależnie od podstawowej figury geometrycznej, do której należą.

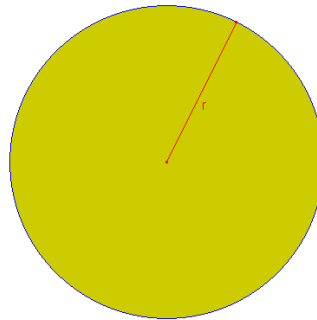
KĄTY:



KOŁO:

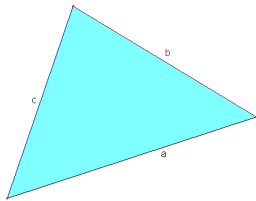


okrąg

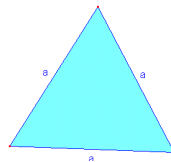


koło

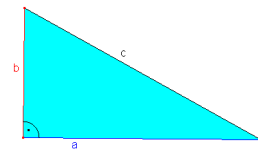
TRÓJKĄTY:



trójkąt dowolny

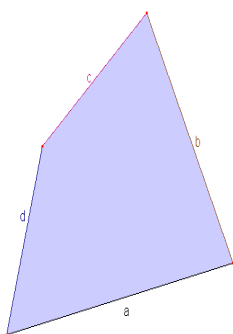


trójkąt równoboczny

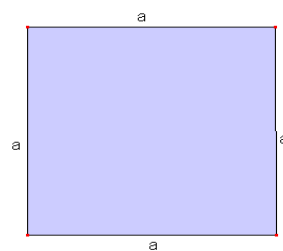


trójkąt prostokątny

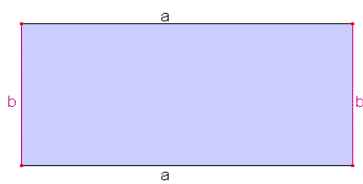
CZWOROKĄTY:



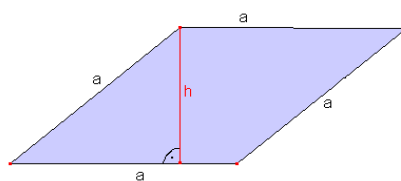
czworokąt dowolny



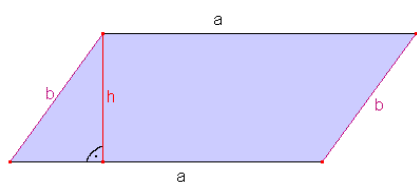
kwadrat



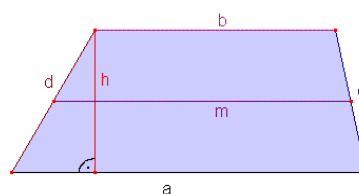
prostokąt



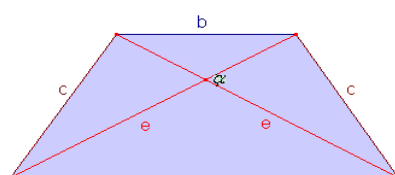
romb



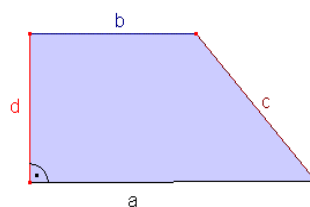
równoległobok



trapez

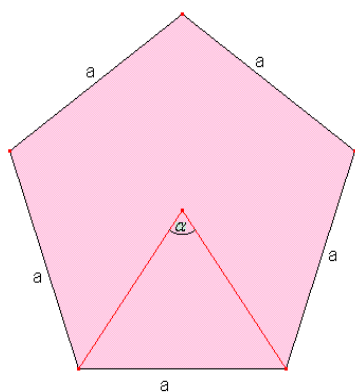


trapez równoramienny

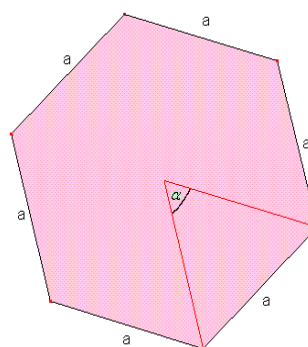


trapez prostokątny

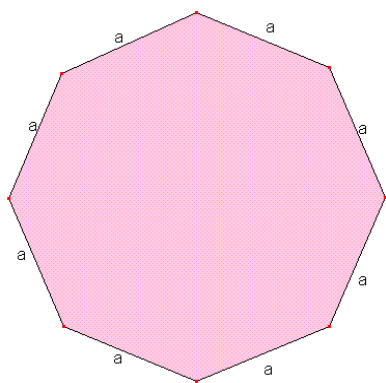
WIELOKĄTY FOREMNE:



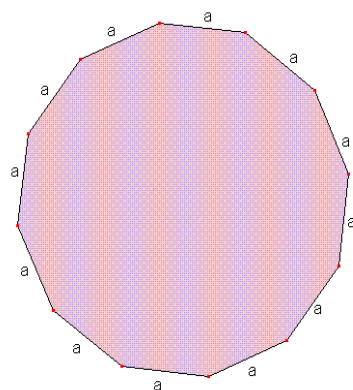
pięciokąt foremny



sześciokąt foremny



ośmiokąt foremny



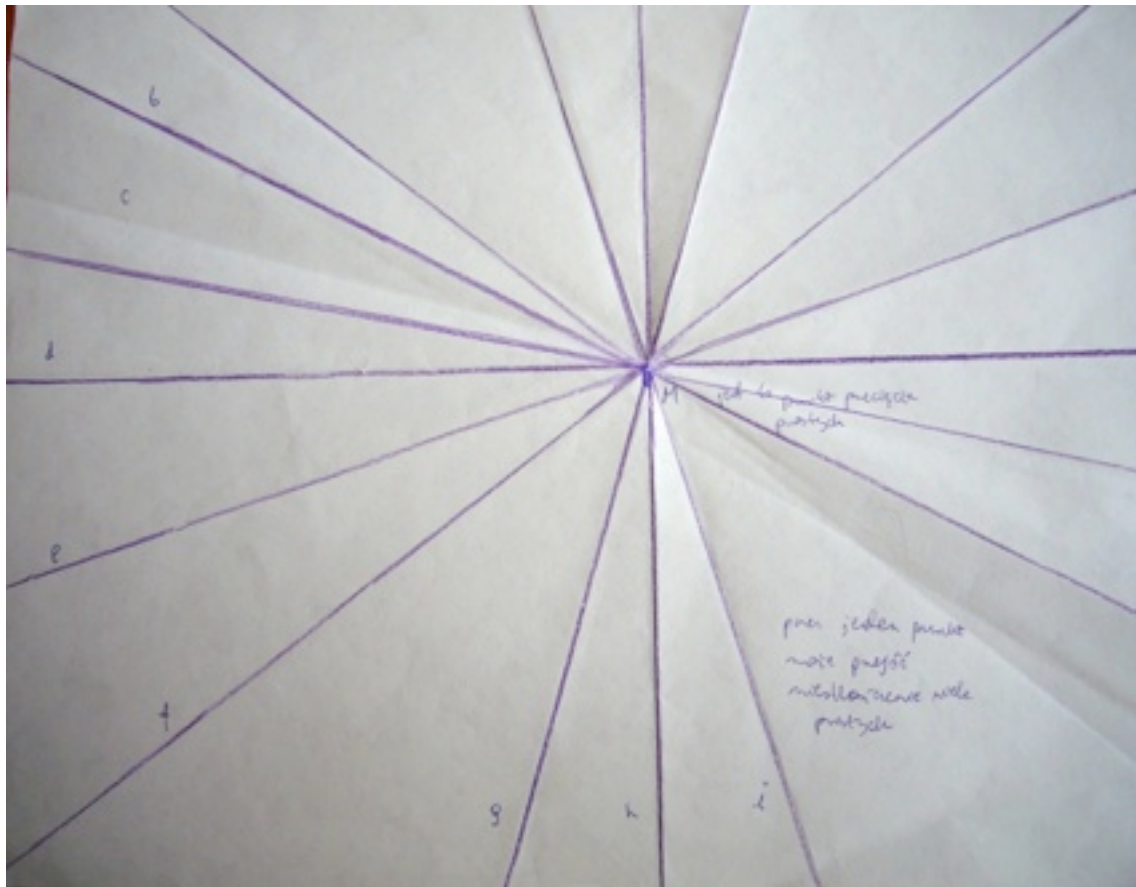
dwunastokąt foremny

Literatura:

1. Jan Zydlar: „Geometria”
2. Wikipedia
3. <http://www.math.edu.pl/figury-geometryczne>
4. <http://mposwiatowska.republika.pl/index.htm>
5. <http://www.tablicematematyczne.info/geometria/>
6. http://www.wiw.pl/matematyka/geometria/geometria_01_01.asp

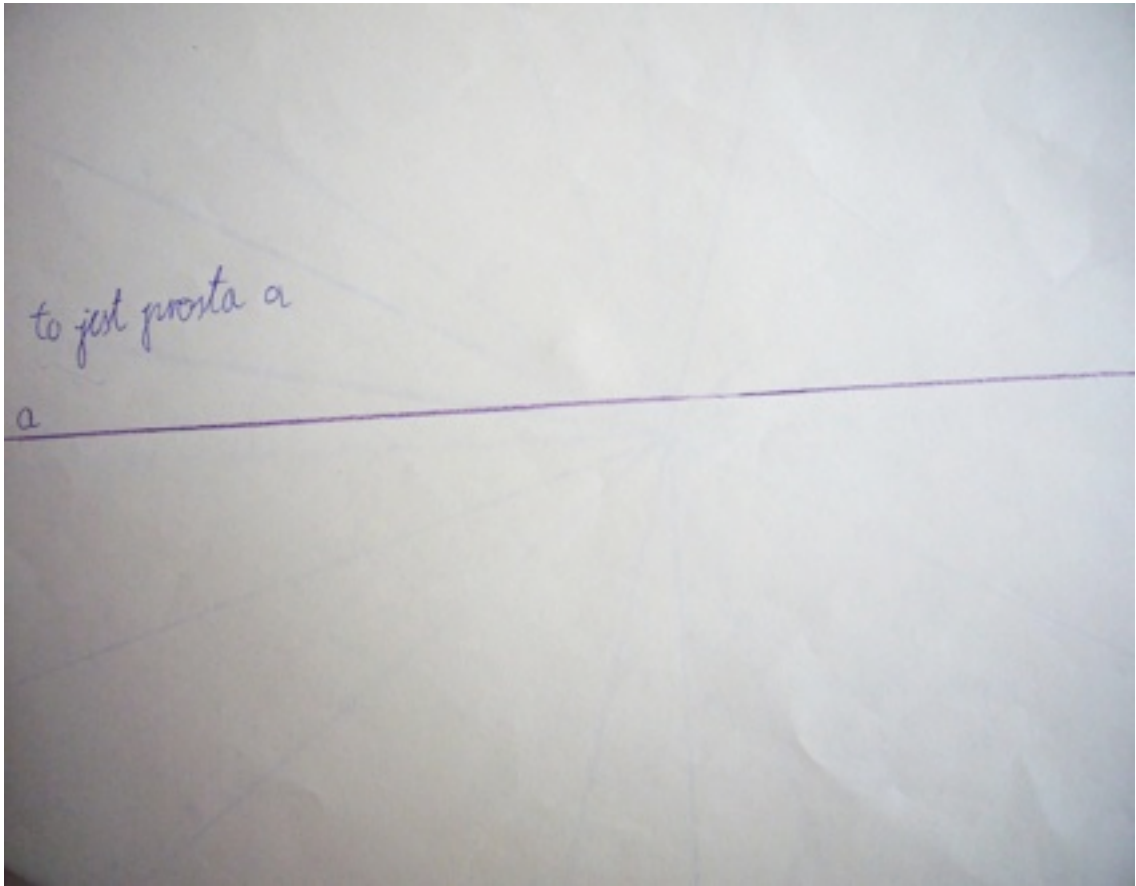
3. ODWZOROWANIE FIGUR PŁASKICH NA PAPIERZE

PUNKT:



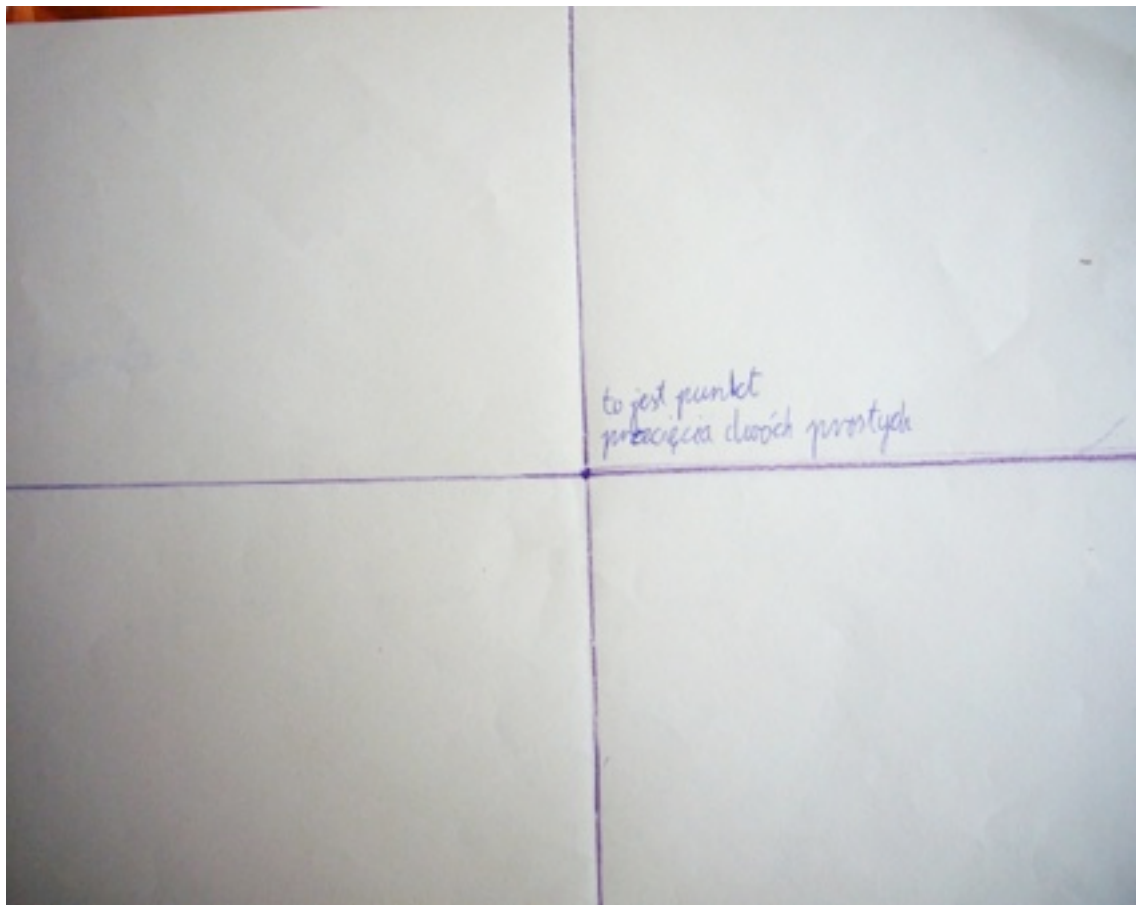
Aby powstał punkt wystarczy w jednym miejscu przeciąć dwie proste. (Przez jeden punkt może przechodzić nieskończenie wiele prostych).

PROSTA:



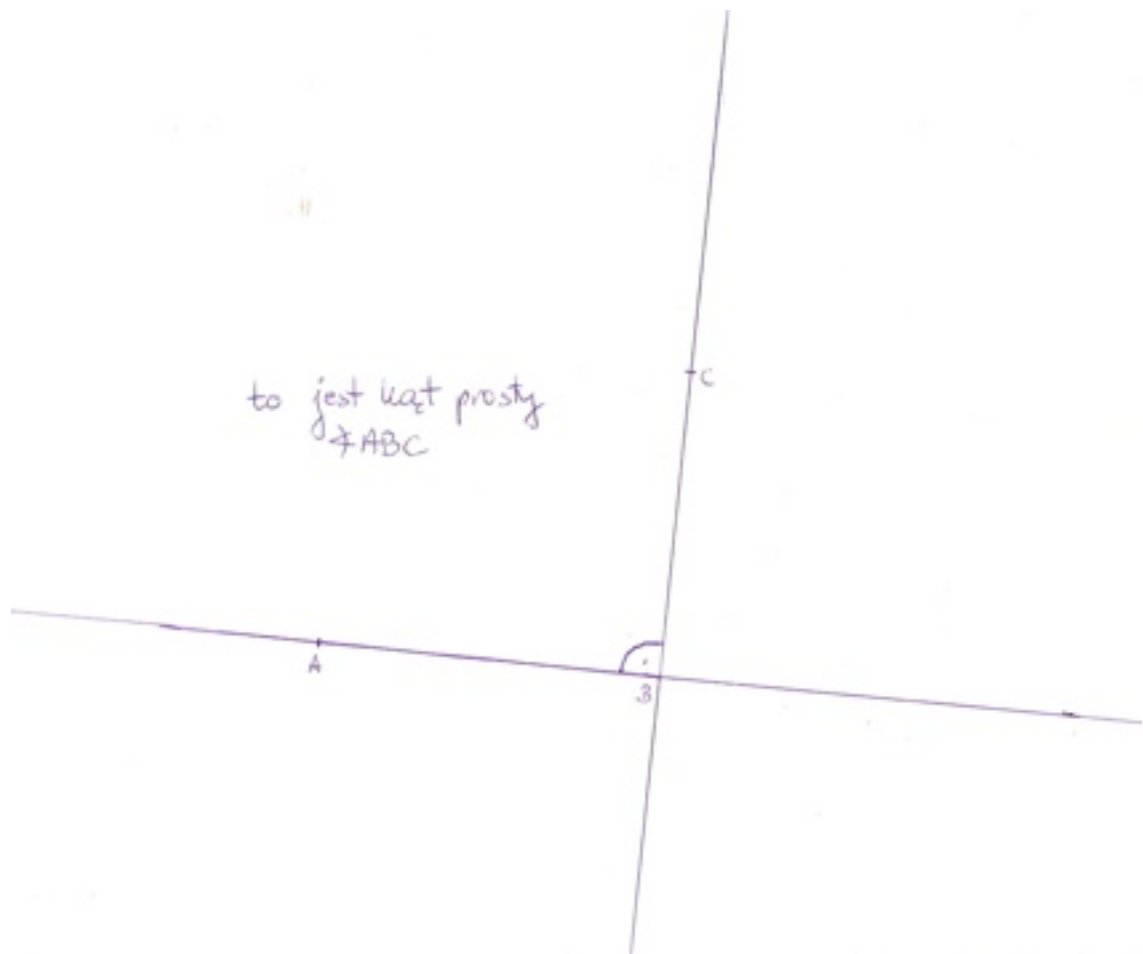
Aby powstała prosta trzeba w dowolny sposób zgiąć kartkę.

PUNKT PRZECIĘCIA SIĘ DWÓCH PROSTYCH:



Aby powstał punkt przecięcia się dwóch prostych trzeba zgiąć kartkę dwa razy tak, aby zgięcia przecięły się.

KĄT PROSTY:

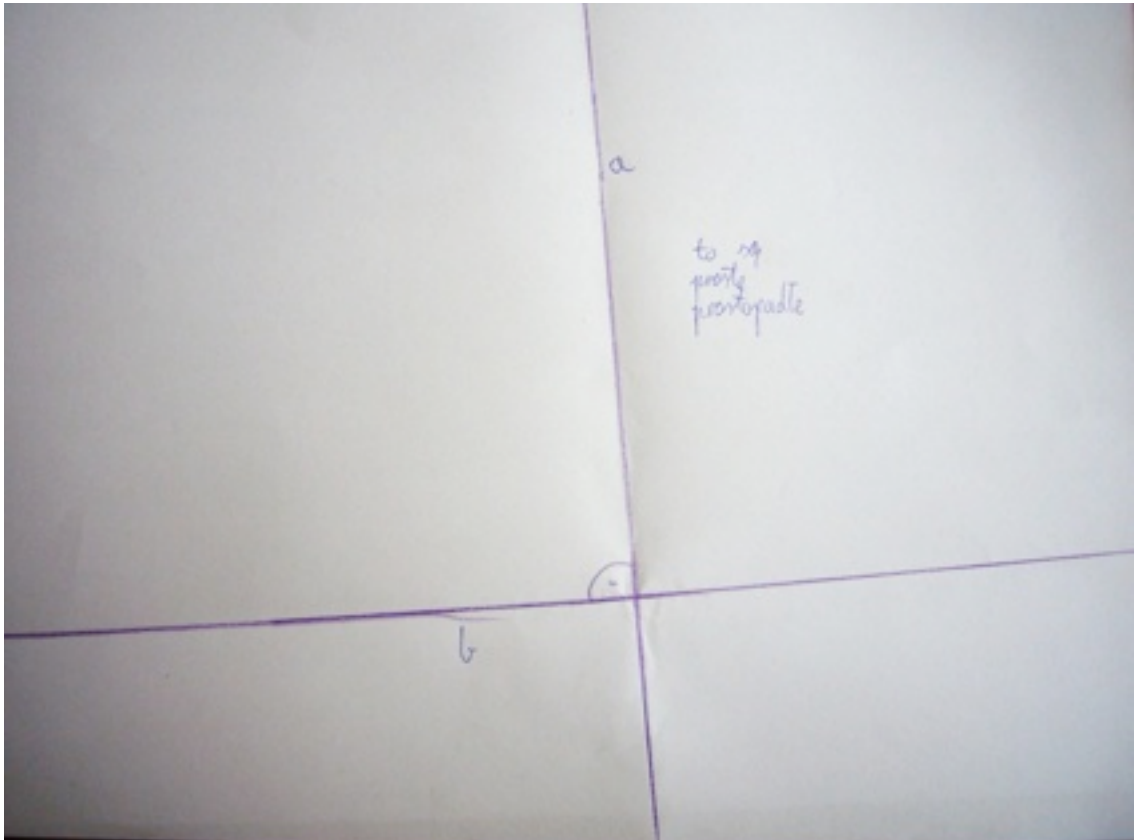


Aby powstał kąt prosty trzeba:

- stworzyć dowolną prostą
- zgiąć kartkę tak, aby jej dół był w jednej linii.



PROSTE PROSTOPADŁE:



Aby powstały proste prostopadłe trzeba:

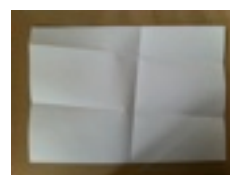
- stworzyć jedną, dowolną prostą
- zgiąć kartkę tak, aby jej dół był w jednej linii
- (proste prostopadłe powstają w taki sam sposób jak kąt prosty).

PROSTE RÓWNOLEGŁE:

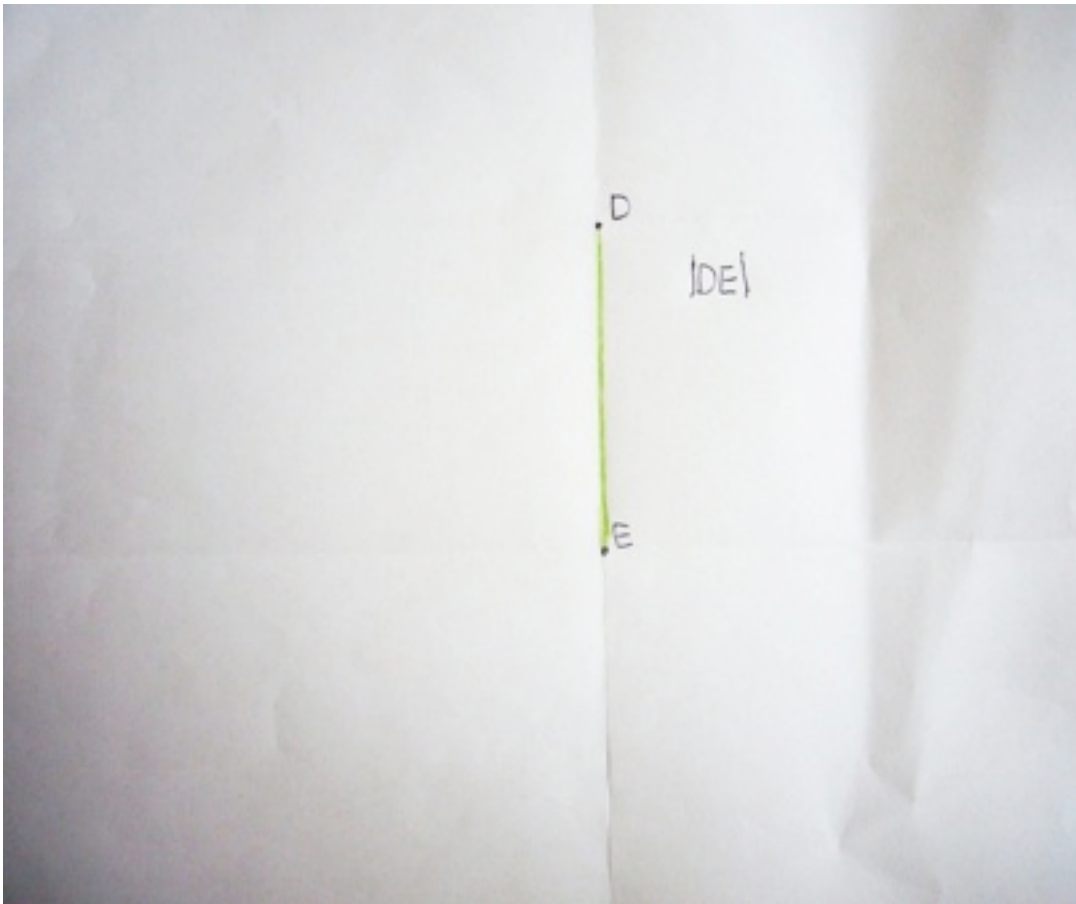


Aby powstały proste równoległe trzeba:

- stworzyć dowolną prostą
- zgiąć prostą prostopadłą do niej
- do powstałej prostej stworzyć kolejną prostą prostopadłą.



ODCINEK:



Aby stworzyć odcinek DE trzeba:

- stworzyć dowolną prostą,
- zgiąć dwie proste prostopadłe (lub nie prostopadłe) do niej (proste te będą końcami odcinka - po rozprostowaniu kartki powstał na niej wzór trzech przecinających się linii (prostych); przy czym dwie z nich nie mają punktu wspólnego, ale mają po jednym punkcie wspólnym tutaj z linią prostopadłą do nich).

TRÓJKĄTY:

Trójkąt to figura geometryczna, płaska złożona z trzech punktów A, B i C płaszczyzny zwanymi wierzchołkami trójkąta, oraz z trzech odcinków a, b i c łączących te punkty zwanymi bokami trójkąta - pary boków tworzą kąty wewnętrzne.

Suma miar kątów wewnętrznych w każdym trójkącie wynosi 180° .

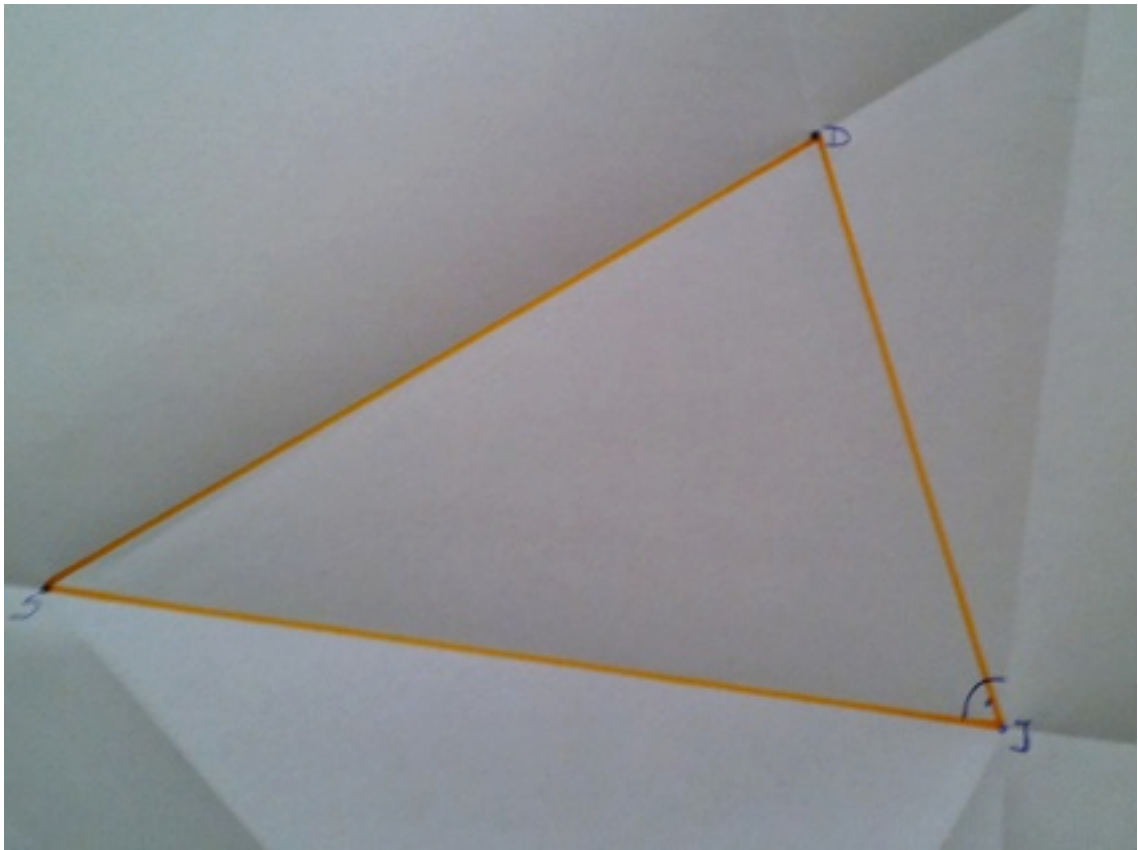
Trójkąt jest wielokątem o najmniejszej ilości boków. Trójkąt nazywa się:

- ostrokątny jeżeli ma wszystkie kąty wewnętrzne ostre,
- prostokątny jeżeli ma jeden kąt prosty,
- rozwartokątny jeżeli ma jeden kąt rozwarty.

Trójkąt nazywa się:

- różnoboczny jeżeli ma wszystkie boki różnej długości,
- równoramienny jeżeli ma dwa boki równej długości,
- równoboczny jeżeli ma wszystkie boki równej długości (wielokąt foremny).

DOWOLNY TRÓJKĄT (RÓŻNOBOCZNY):

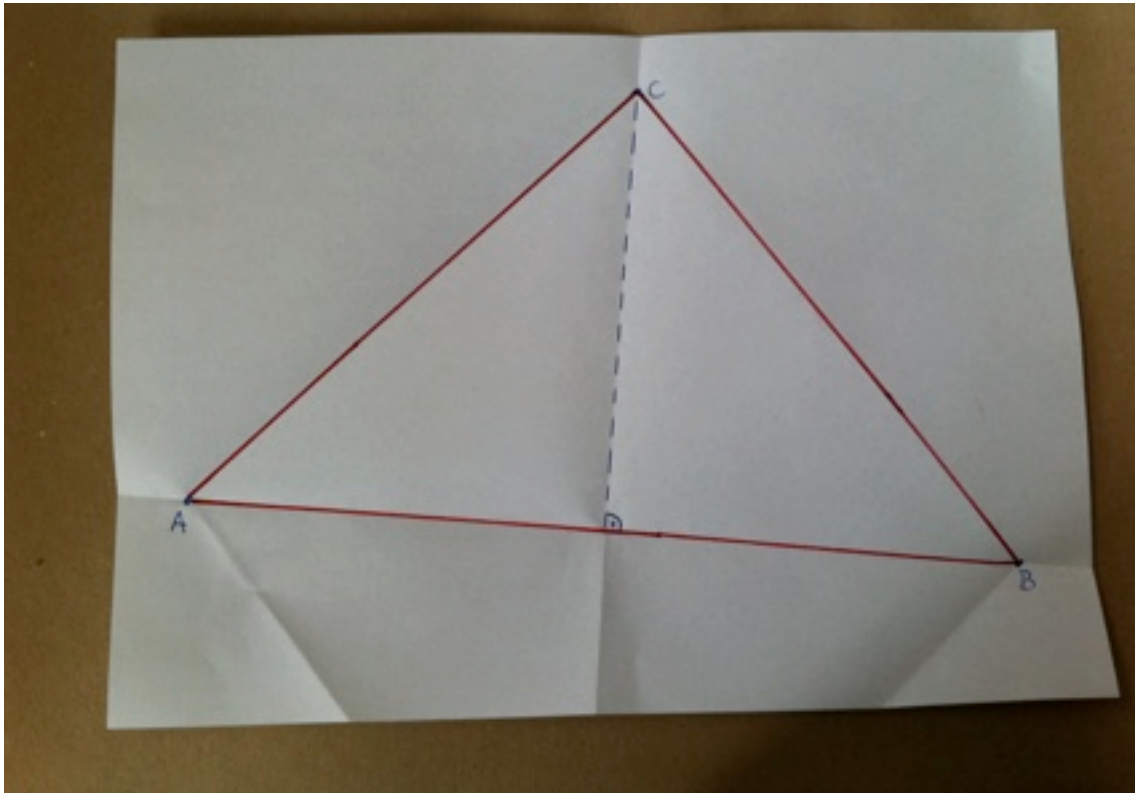


Aby stworzyć dowolny trójkąt (tutaj trójkąt DSJ) należy:

- stworzyć jedną, dowolną prostą
- zgiąć kartkę tak, aby druga prosta przecinała się z pierwszą prostą pod kątem mniejszym niż 90 stopni (dla sprawdzenia zgiąć wcześniej kartkę pod kątem 90 stopni),
- zgiąć kartkę tak, aby trzecia prosta przecinała się z pierwszą i drugą prostą (po rozprostowaniu kartki powstał na niej wzór trzech przecinających się prostych - każda z nich ma po jednym odrębnym punkcie wspólnym z każdą pozostałą)
- punkty powstałe na przecięciu się prostych tworzą wierzchołki trójkąta.



TRÓJKĄT RÓWNORAMIENNY:

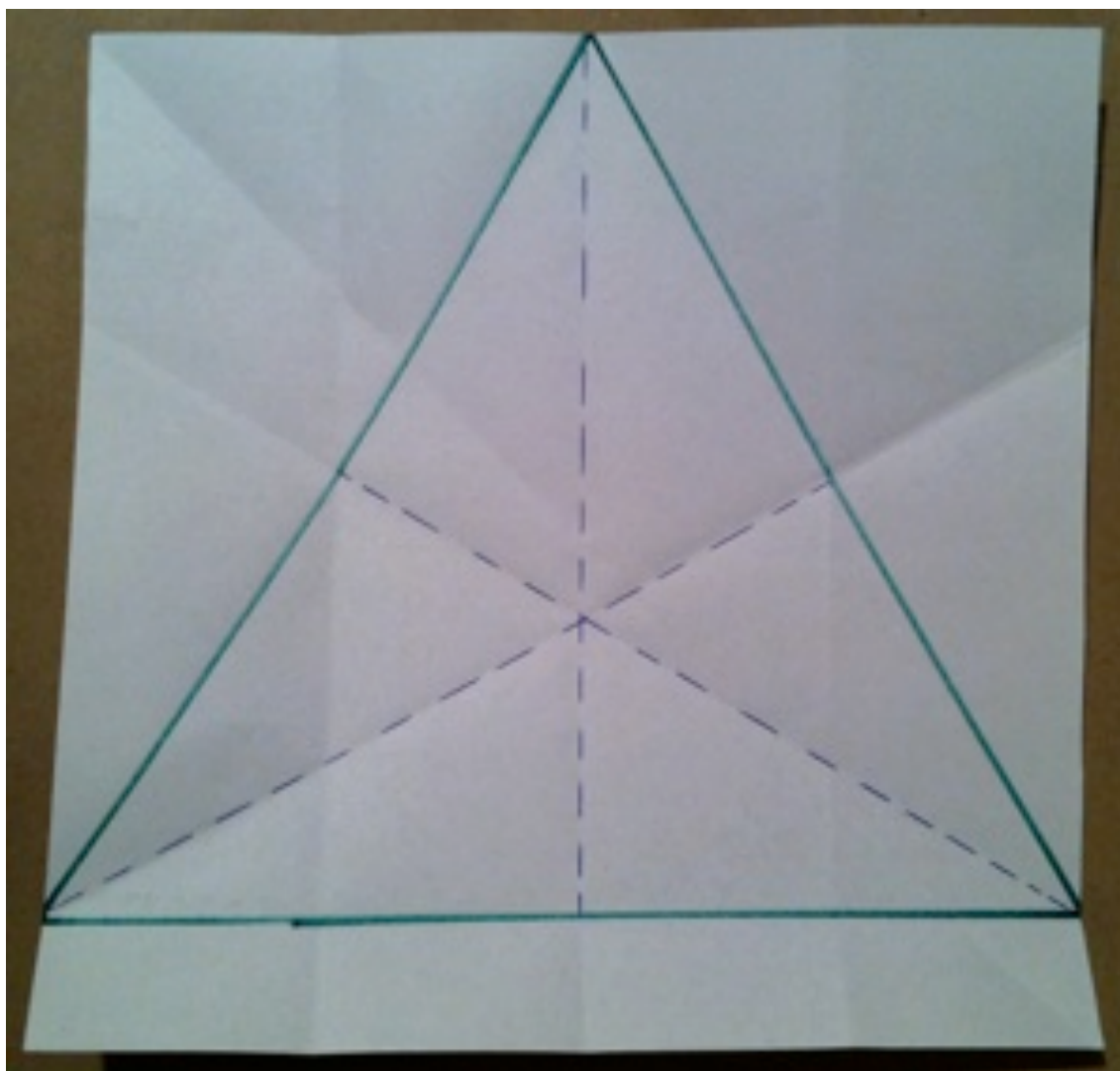


Aby stworzyć trójkąt równoramienny (tutaj trójkąt ABC) należy:

- stworzyć jedną, dowolną prostą
- stworzyć w środku powstałej prostej prostą prostopadłą (zgiąć kartkę tak, aby jej dół był w jednej linii) – prosta prostopadła będzie osią symetrii trójkąta
- nie rozginać kartki
- zgiąć kartkę tak, aby trzecie zgięcie (linia) przecinało się z pierwszą i drugą prostą (po rozprostowaniu kartki powstał na niej wzór czterech przecinających się prostych – z czego jedna z nich stanowi oś symetrii trójkąta, a dwie z nich są ramionami trójkąta o tej samej długości).

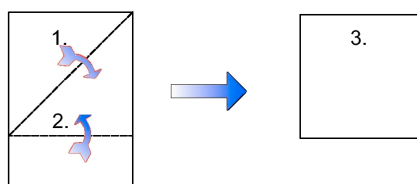


TRÓJKĄT RÓWNOBOCZNY (WERSJA 1):

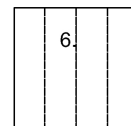
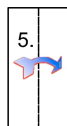
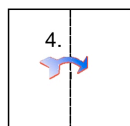


Aby stworzyć trójkąt równoboczny należy:

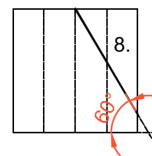
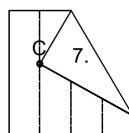
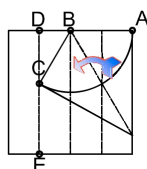
1. Czystą kartkę formatu A4 zagiąć w taki sposób, aby uzyskać kwadrat. [1,2,3]. Można to zrobić na końcu!



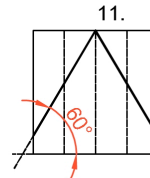
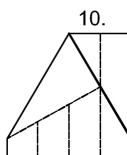
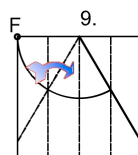
2. Zagiąć kartkę dzieląc ją na pół [4], jeszcze raz na pół [5] i ją rozprostować [6].



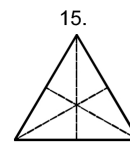
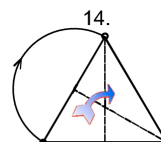
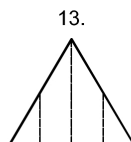
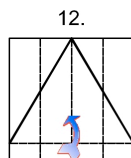
3. Prawy górny narożnik kwadratu (punkt A) starać się zagiąć i obrócić względem osi wychodzącej z punktu B (środek górnej krawędzi kwadratu) w taki sposób, aby znalazł się w punkcie C na linii zgięcia (odcinku) DE [7]. Po rozprostowaniu dostajemy krawędź trójkąta równobocznego (kąt 60 stopni w stosunku do krawędzi podstawy). [8].



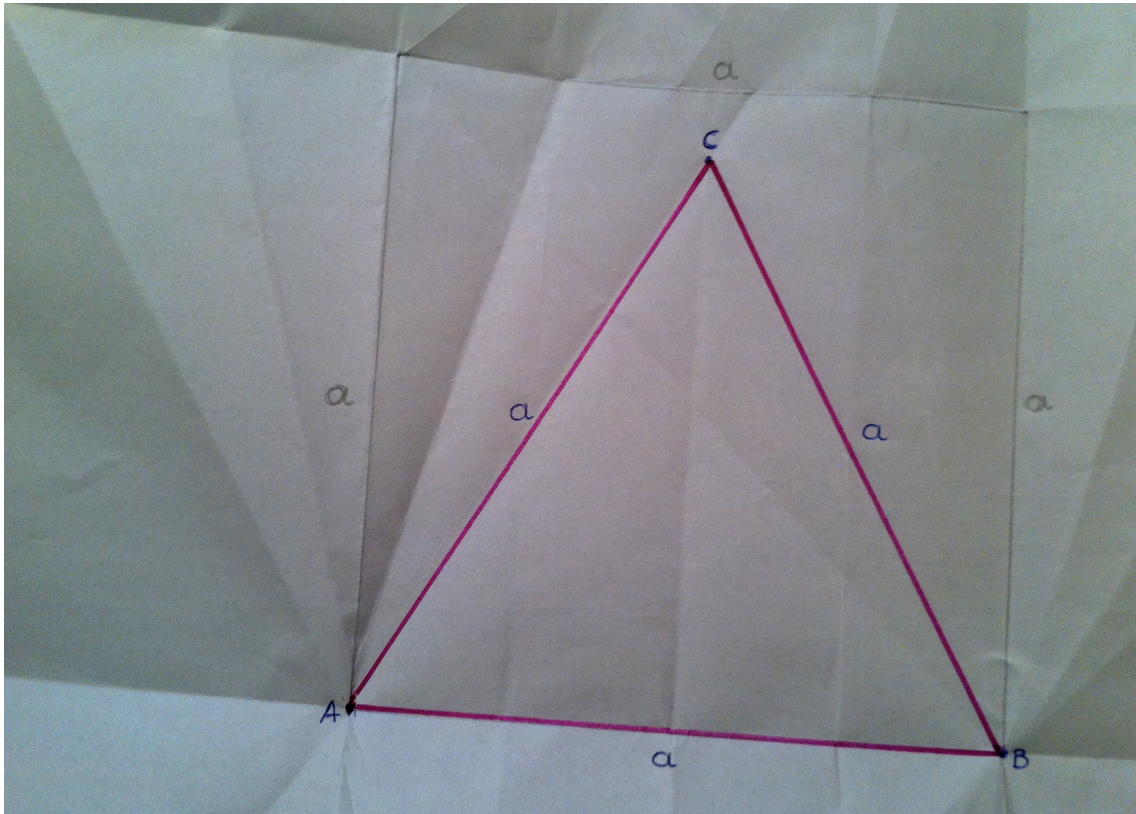
4. Powtórzyć krok 3 i 4 dla drugiego narożnika kwadratu (punkt F) [9, 10, 11].



5. Zagiąć dolną krawędź kwadratu do punktów przecięcia boków kwadratu z bokami trójkąta [12] oraz zagiąć boki trójkąta by uzyskać figurę [13]. Aby uzyskać osie symetrii trójkąta, należy zagiąć każdy z boków trójkąta na pół [14,15].



TRÓJKĄT RÓWNOBOCZNY (WERSJA 2):

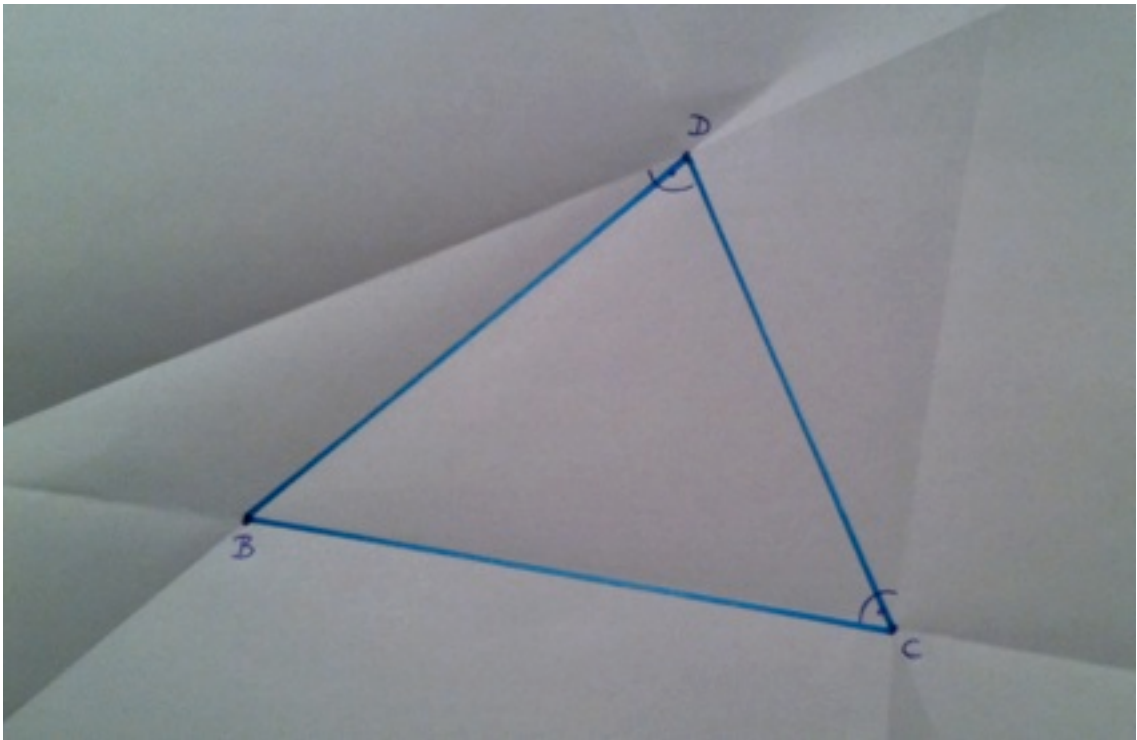


Aby stworzyć trójkąt równoboczny (tutaj trójkąt ABC) należy:

- stworzyć dowolny kwadrat (sposób tworzenia kwadratu został opisany w rozdziale czworokąty),
- podzielić kwadrat na pół (stworzyć dwa przystające prostokąty),
- każdy z powstałych prostokątów ponownie podzielić na dwa przystające prostokąty (nie możemy stworzyć kwadratów),
- utworzyć przekątną w skrajnym prostokącie (nie odginać zgięcia),
- zagiętą część zgiąć ponownie wzdłuż powstałej przekątnej,
- powtórzyć dwie ostatnie czynności w przeciwnym skrajnym prostokącie (po rozprostowaniu kartki wewnątrz kwadratu powstał wzór trójkąta równobocznego).



TRÓJKĄT OSTROKĄTNY:

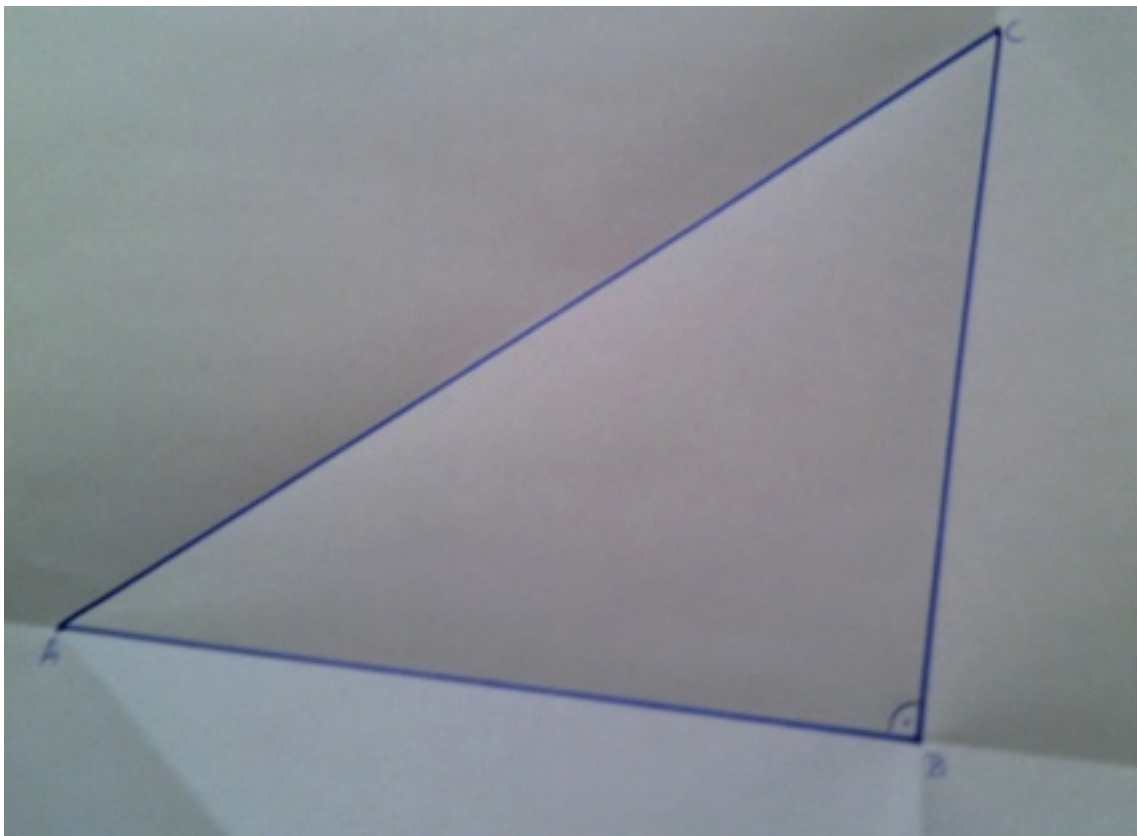


Aby stworzyć trójkąt ostrokątny należy:

- stworzyć dowolną prostą oraz prostą do niej prostopadłą,
- utworzyć nową prostą pod kątem mniejszym niż 90 stopni przecinającą się z pierwszą prostą,
- utworzyć prostą prostopadłą do trzeciej prostej,
- utworzyć nową prostą pod kątem mniejszym niż 90 stopni przecinającą się z trzecią i pierwszą prostą.

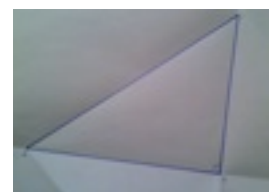


TRÓJKĄT PROSTOKĄTNY:

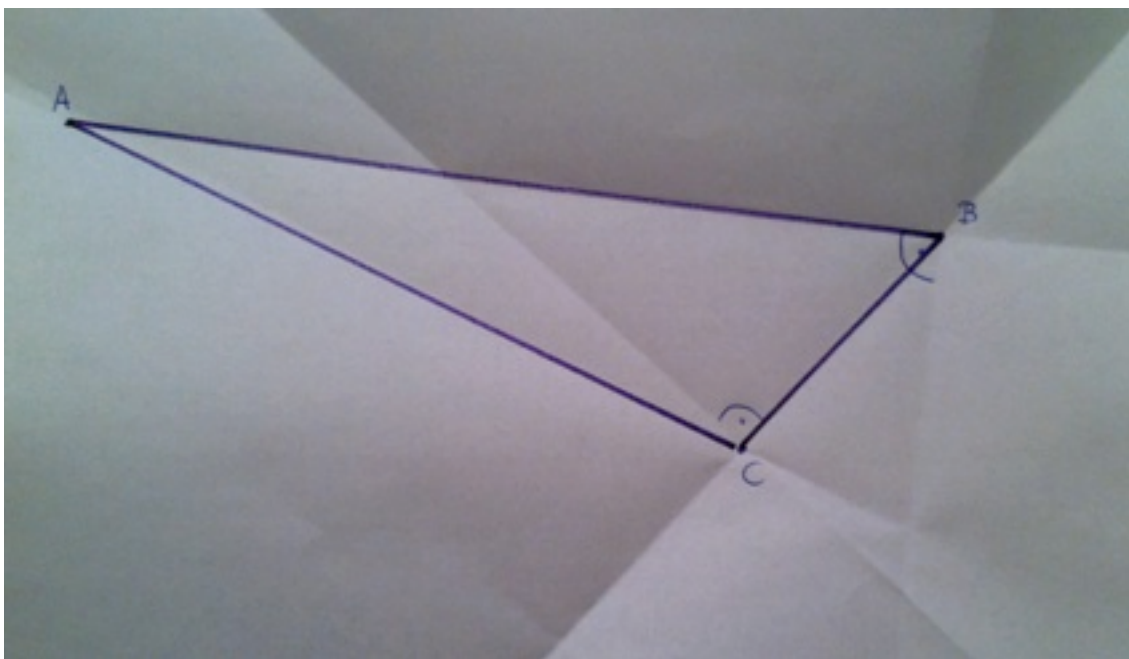


Aby stworzyć trójkąt prostokątny należy:

- stworzyć dowolną prostą oraz prostą do niej prostopadłą,
- zamknąć kształt dowolną prostą.

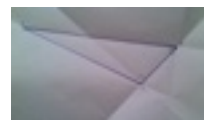
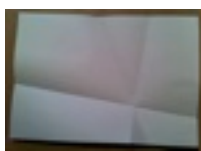


TRÓJKĄT ROZWARTOKĄTNY:



Aby stworzyć trójkąt rozwartokątny należy:

- stworzyć dowolną prostą oraz prostą do niej prostopadłą,
- utworzyć nową prostą pod kątem mniejszym niż 90 stopni przecinającą się z pierwszą prostą,
- utworzyć prostą prostopadłą do trzeciej prostej,
- utworzyć nową prostą pod kątem większym niż 90 stopni przecinającą się z trzecią i pierwszą prostą.



CZWOROKĄTY:

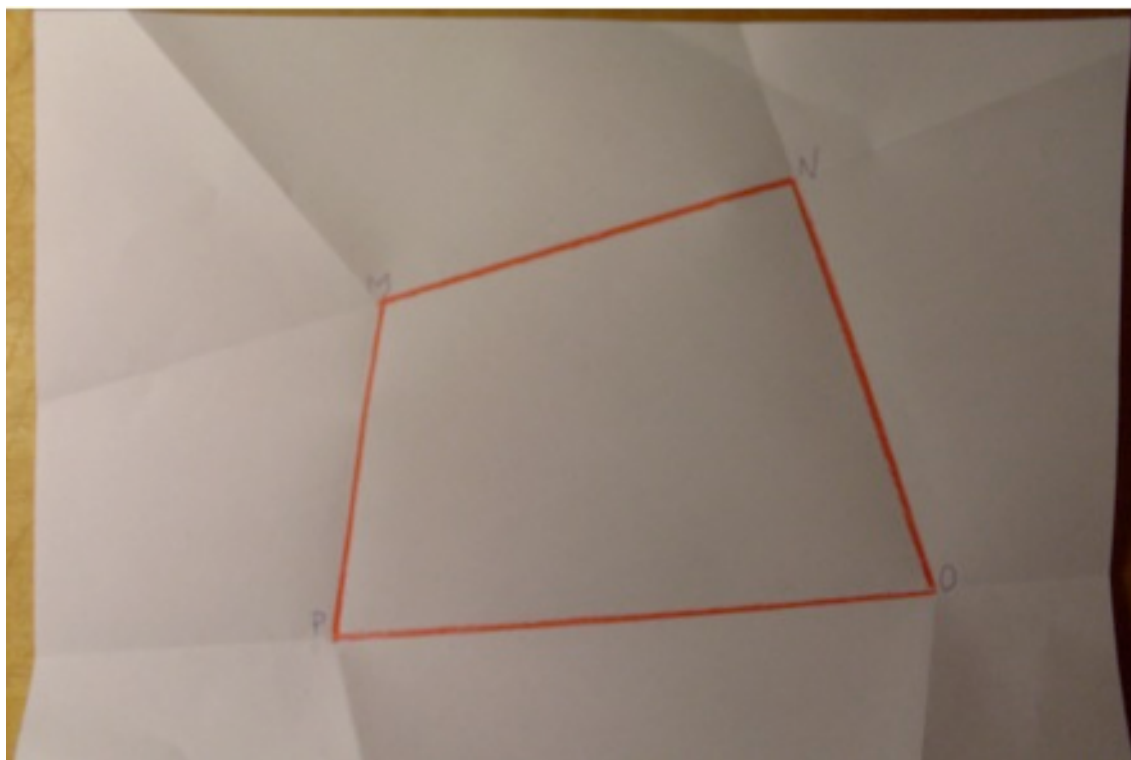
Czworokąt to wielokąt płaski o czterech bokach. Odcinek łączący dwa niesąsiednie wierzchołki czworokąta nazywamy przekątną czworokąta. Każdy czworokąt ma dwie przekątne.

Suma miar kątów wewnętrznych w każdym czworokącie wynosi 360° .

Wśród czworokątów można wyróżnić między innymi:

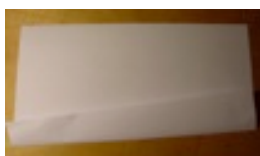
- trapezy - mają przynajmniej jedną parę boków równoległych:
 - trapez równoramienny ma dwa boki równoległe, ramiona równe i kąty przy podstawach o takich samych miarach, jego przekątne są równej długości,
 - trapez prostokątny ma dwa boki tworzące kąt prosty,
- równoległoboki - mają dwie pary boków równych i równoległych, ich przekątne dzielą się na połowy a przeciwległe kąty są równej miary,
- prostokąty - mają wszystkie kąty proste, przekątne równej długości dzielące się na połowy
- kwadraty (czyli czworokąty foremne) - mają wszystkie boki równe, wszystkie kąty proste, ich przekątne są równej długości, prostopadłe do siebie, dzielą się na połowy, są osiami symetrii,
- romby mają wszystkie boki równe, ich przekątne są prostopadłe i dzielą się na połowy, są dla siebie osiami symetrii,
- deltoidy - mają dwie pary boków równych (przylegające do siebie), między stykami różnych boków równe kąty, przekątne są prostopadłe do siebie, jedna z nich jest osią symetrii deltoidu, druga dzieli go na dwa trójkąty równoramienne,
 - deltoid wypukły ma obie przekątne wewnątrz figury
 - deltoid wklęsły ma jedną z przekątnych poza figurą.

DOWOLNY CZWOROKĄT:

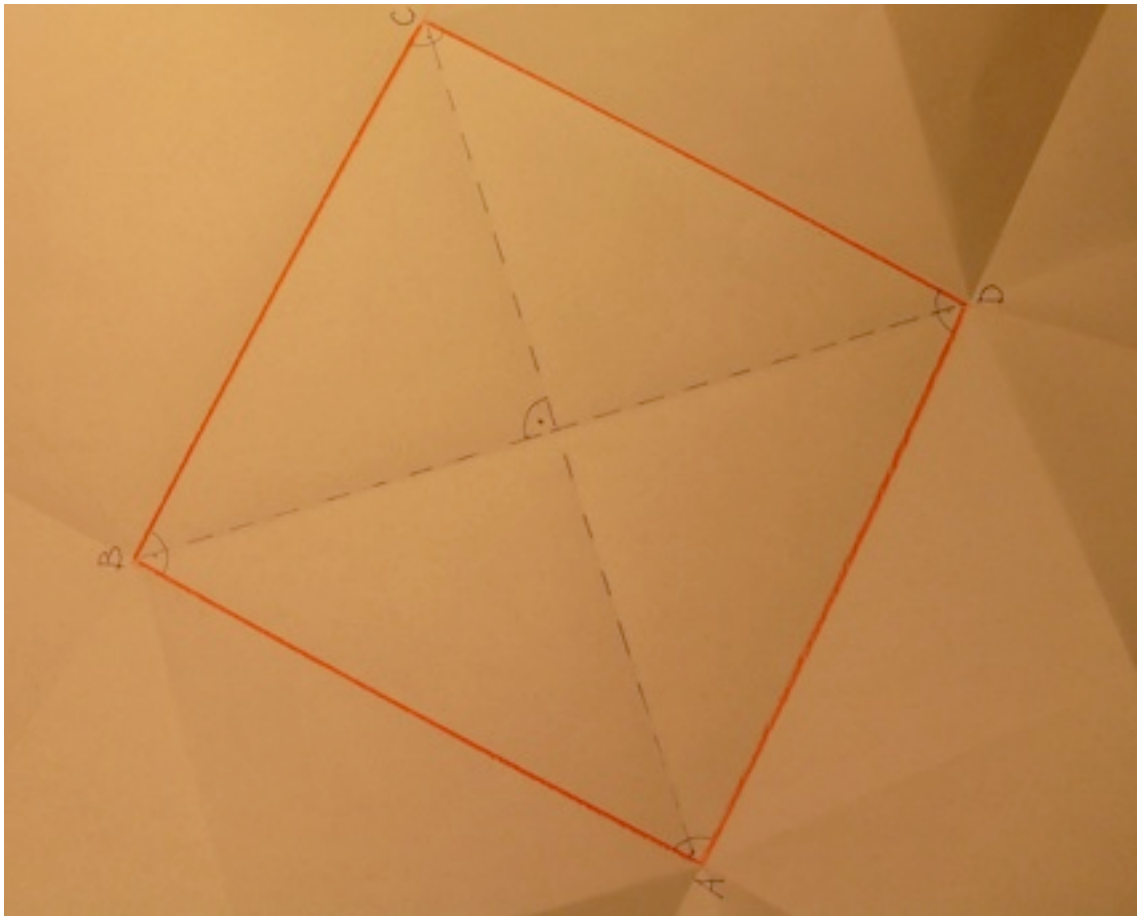


Aby stworzyć dowolny czworokąt należy:

- zgiąć kartkę w dowolnym miejscu, tworząc prostą,
- zgiąć ponownie tak, aby otrzymać linię przecinającą wcześniej utworzoną prostą,
- zgiąć kartkę po raz trzeci, tak aby utworzyć linię przecinającą w obrębie kartki tylko jedną z wcześniej utworzonych prostych,
- zgiąć kartkę po raz czwarty tak, aby zgięcie przecięło dwie nieprzecinające się proste,
- po rozprostowaniu kartki powstanie rysunek czworokąta MNOP.



KWADRAT:

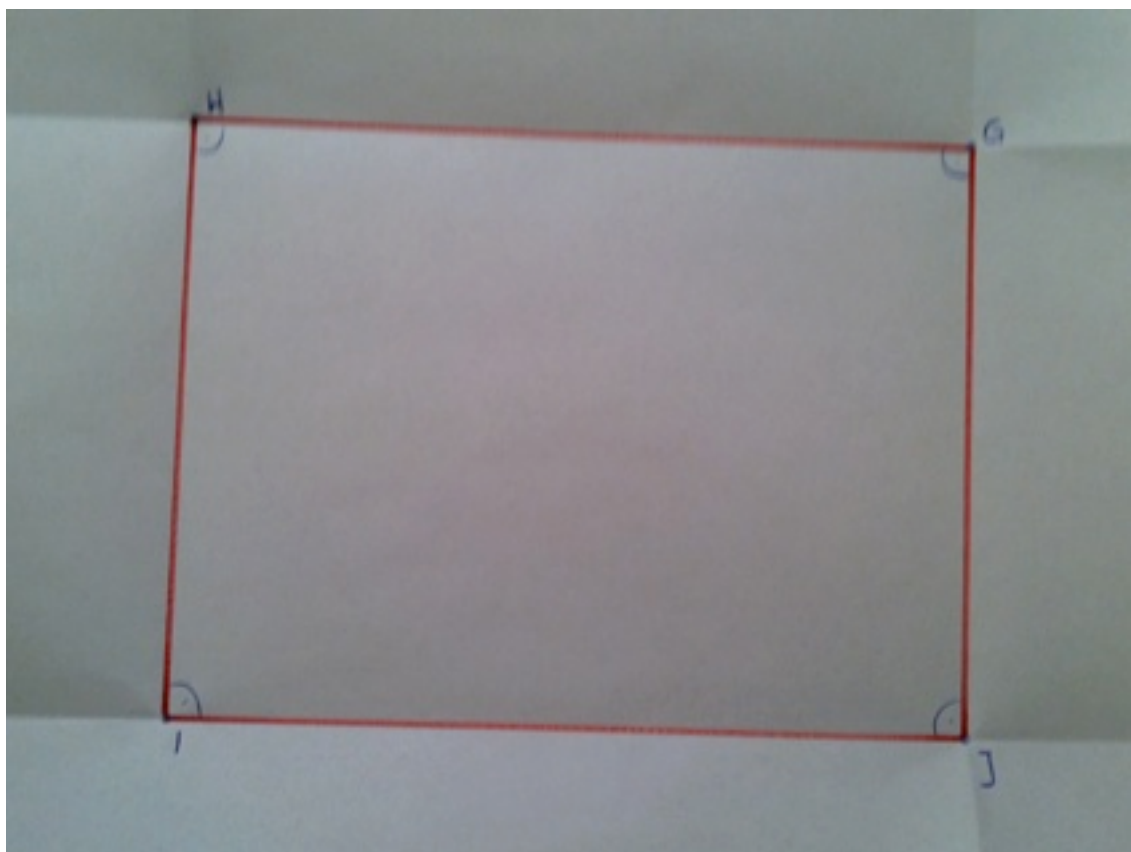


Aby stworzyć kwadrat należy:

- zgiąć kartkę w dowolnym miejscu, tworząc prostą,
- zgiąć kartkę ponownie tak, aby otrzymać linię prostopadłą do utworzonej wcześniej (po zgięciu kartki, krawędź utworzona w pierwszym kroku musi znajdować się w jednej linii),
- na zgiętej dwukrotnie kartce należy stworzyć trzecią prostą, która jest równoległa do pierwszej prostej oraz prostopadła do drugiej prostej,
- jeden z kątów prostych należy podzielić na pół (zgięcie należy poprowadzić od narożnika stykając ze sobą obie, powstałe krawędzie (proste)),
- powtórzyć powyższą czynność dzieląc kąt prosty z przeciwnej strony,
- nie odginać zgięcia - zgiąć ponownie wzdłuż boku powstałego trójkąta (po rozłożeniu powstanie wzór kwadratu z jego przekątnymi).

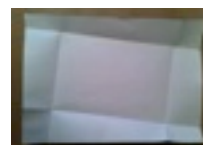


PROSTOKĄT:



Aby stworzyć prostokąt należy:

- zgiąć kartkę w dowolnym miejscu, tworząc prostą,
- zgiąć kartkę ponownie tak, aby otrzymać linię prostopadłą do utworzonej wcześniej (po zgięciu kartki, krawędź utworzona w pierwszym kroku musi znajdować się w jednej linii),
- na zgiętej dwukrotnie kartce należy stworzyć trzecią prostą, która jest równoległa do pierwszej prostej oraz prostopadła do drugiej prostej,
- kartkę zgiąć ponownie tak, aby otrzymać linię prostopadłą do którejkolwiek z utworzonych wcześniej prostych (po zgięciu kartki, krawędź utworzona we wcześniejszym kroku musi znajdować się w jednej linii),
- po rozprostowaniu kartki pojawia się wzór prostokąta.



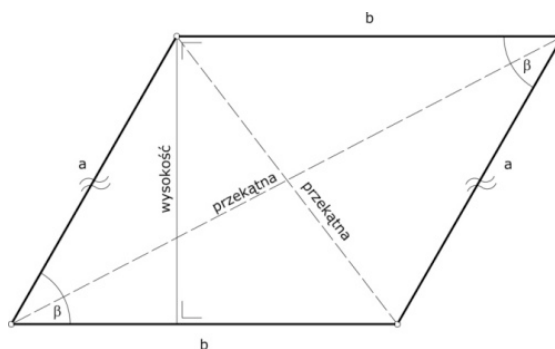
RÓWNOLEGŁOBOK

Równoległobok jest szczególnym przypadkiem trapezu mającym dwie pary boków równoległych (boki tworzące parę mają tę samą długość) .

Zatem równoległobokiem nazywamy czworokąt, w którym przeciwległe boki są parami równe i równoległe.

WŁASNOŚCI RÓWNOLEGŁOBOKÓW:

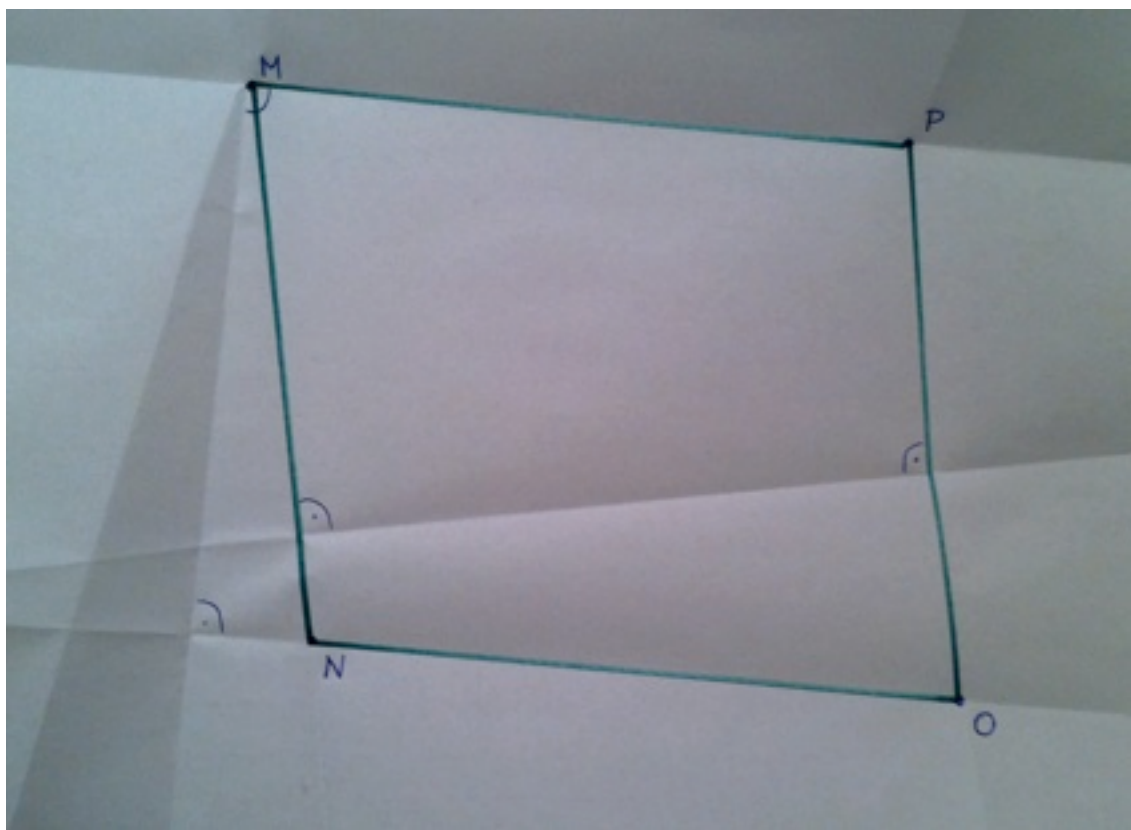
- przeciwległe boki są równoległe,
- przeciwległe boki są tej samej długości,
- przekątne dzielą się na połowy,
- przeciwległe kąty są równe,
- suma dwóch sąsiednich kątów równa jest 180° ,
- przekątne dzielą się na połowy i wyznaczają punkt, będący środkiem ciężkości równoległoboku
- przekątna dzieli równoległobok na dwa przystające (takie same) trójkąty
- na równoległoboku, który nie jest prostokątem, nie można opisać okręgu i nie można też w niego wpisać okręgu



równoległobok

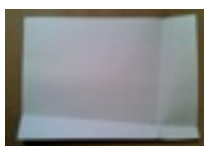
Szczególnymi przypadkami równoległoboków są: romb, prostokąt i kwadrat.

RÓWNOLEGŁOBOK:



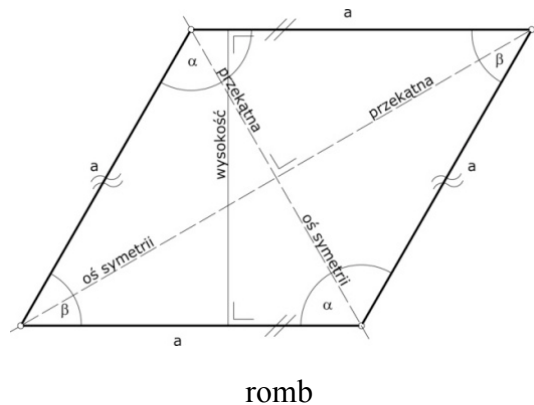
Aby stworzyć równoległobok należy:

- zgiąć kartkę w dowolnym miejscu, tworząc dowolną prostą oraz dwie proste: prostopadłą i równoległą do pierwszej prostej,
- utworzyć do pierwszej prostej czwartą prostą pod kątem mniejszym niż kąt 90 stopni,
- stworzyć proste: prostopadłą i równoległą do czwartej prostej,
- po rozprostowaniu kartki pojawia się wzór równoległoboku (z dwoma jego wysokościami).



ROMB

Romb jest równoległobokiem posiadającym wszystkie boki jednakowej długości, a jego przekątne przecinają się w połowie pod kątem prostym. Suma miar wszystkich kątów wewnętrznych wynosi 360 stopni. Jego szczególnym przypadkiem jest kwadrat.



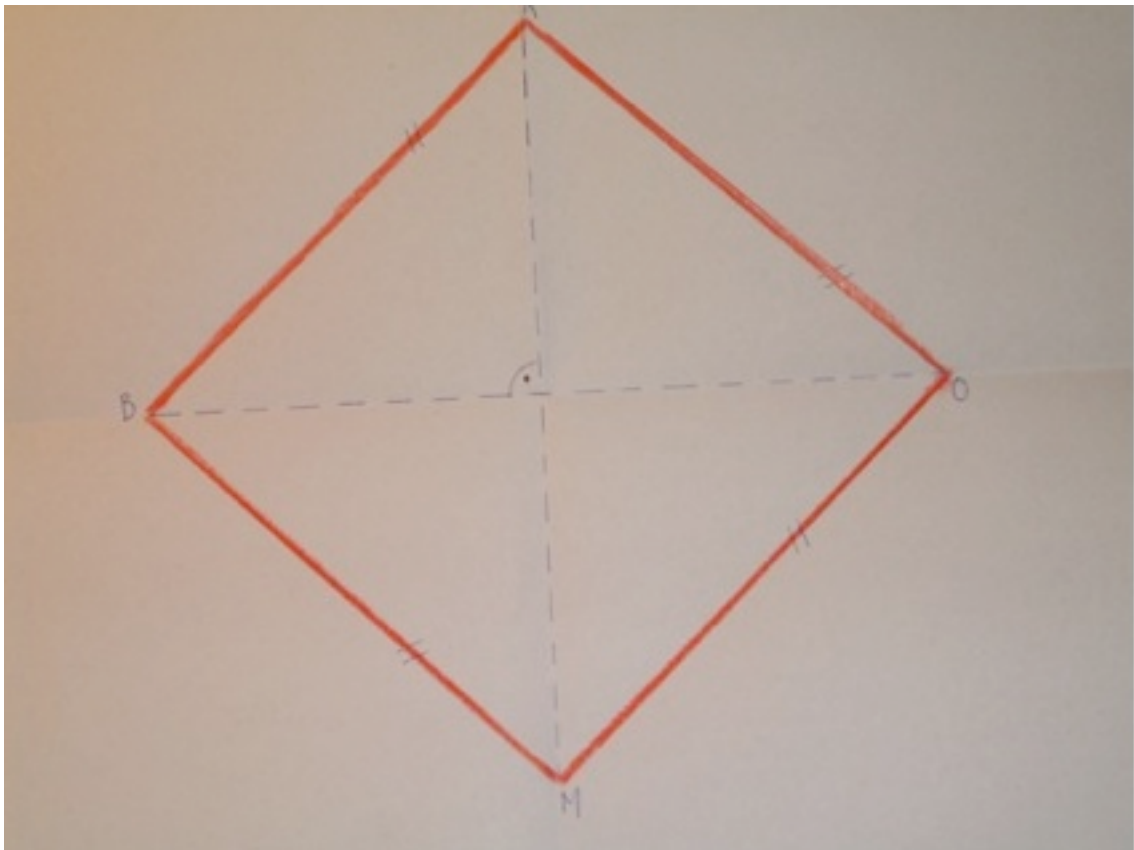
WŁAŚCIWOŚCI ROMBÓW:

- Wszystkie boki są równe
- Przeciwległe boki są równoległe
- Przekątne zawierają się w dwusiecznych kątów
- Przekątne rombu dzielą się na połowy pod kątem prostym
- Przekątne rombu dzielą go na cztery przystające trójkąty prostokątne
- Punkt przecięcia przekątnych S jest środkiem symetrii rombu
- Przekątne rombu zawarte są w jego osiach symetrii

ROMB:

Do utworzenia rombu skorzystaliśmy z tej jego właściwości:

- jego przekątne przecinają się pod kątem prostym
- romb składa się z czterech przystających trójkątów prostokątnych



Aby stworzyć romb należy:

- stworzyć dowolną prostą oraz prostą do niej prostopadłą (nie rozginać kartki),
- zamknąć kształt dowolną prostą (jak przy tworzeniu trójkąta prostokątnego)
- po rozłożeniu kartki powstanie wzór rombu.

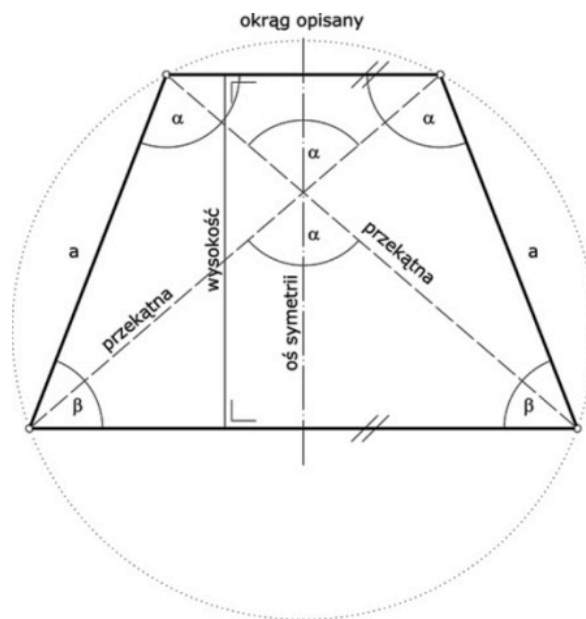


TRAPEZ

Trapez to czworokąt mający dwa boki równoległe (zwane podstawami) i dwa boki zwane ramionami dowolnej długości. Suma kątów przy jednym ramieniu wynosi 180° .

Rodzaje trapezów:

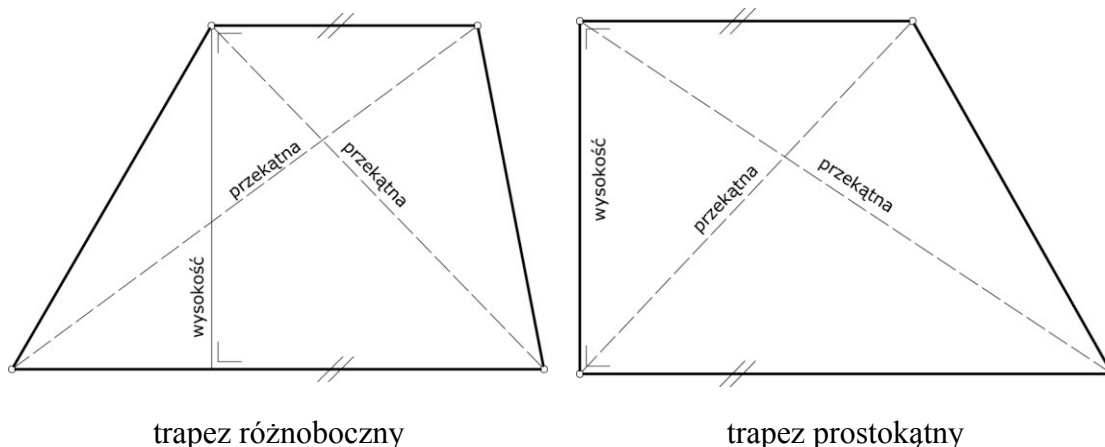
- **Trapez równoramienny** - ramiona (boki) nierównoległe są równe.



trapez równoramienny

Trapez równoramienny posiada jednakowe wartości kątów między ramionami i podstawami oraz oś symetrii, będącą zarazem symetralną obydwu podstaw.

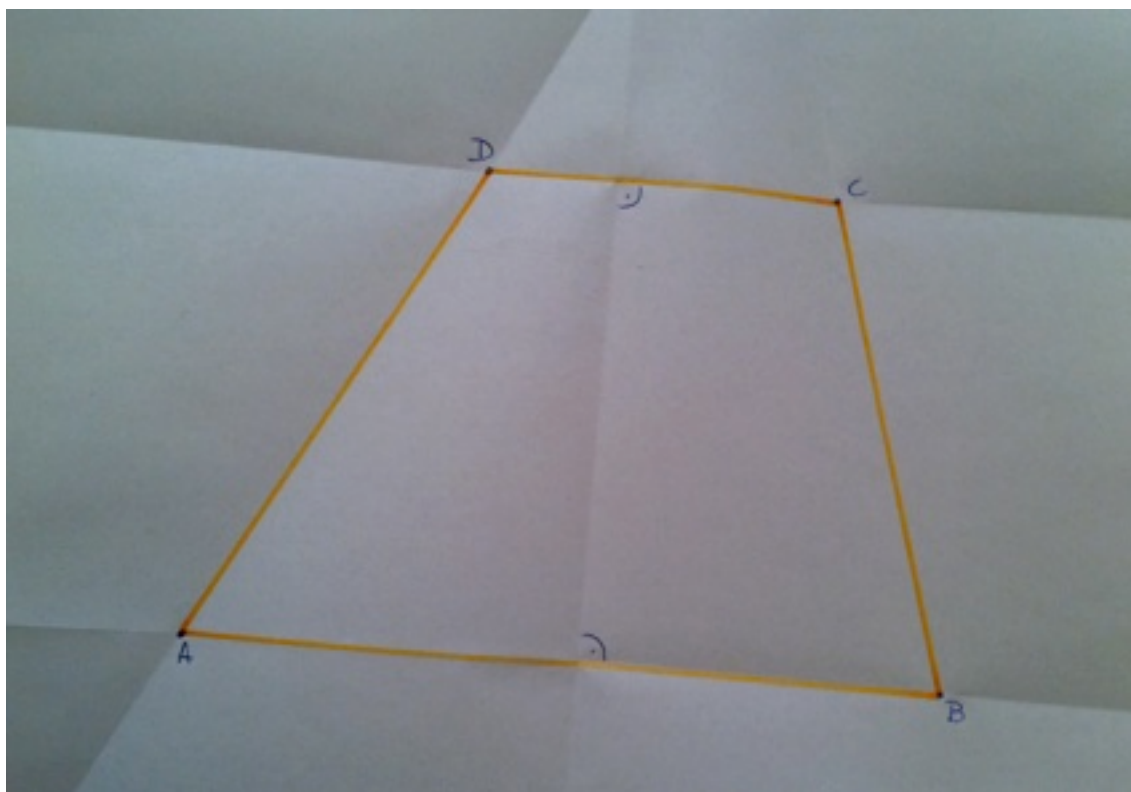
- **Trapez różnoboczny** – boki nierównoległe mają różną długość,
- **Trapez prostokątny** – dwa kąty proste (jedno ramię jest prostopadłe do podstaw trapezu).



WŁAŚCIWOŚCI TRAPEZU:

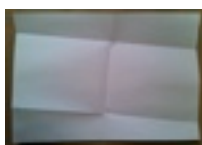
- Wysokością trapezu nazywamy odległość między podstawami.
- Trapezem prostokątnym nazywamy taki trapez, który ma jedno z ramion prostopadłe do podstaw. Prostopadłe ramię jest jednocześnie wysokością.
- Trapezem równoramiennym nazywamy taki trapez, który ma ramiona równej długości
- W trapezie równoramiennym kąty przy podstawie są równe
- Przekątne trapezu równoramiennego są równe
- Wysokości poprowadzone z końców mniejszej podstawy odcinają dwa przystające trójkąty prostokątne
- Odcinek łączący środki ramion trapezu jest równoległy do podstaw tego trapezu i równy jest połowie sumy długości obu podstaw.

TRAPEZ (DOWOLNY - WARIANT 1):

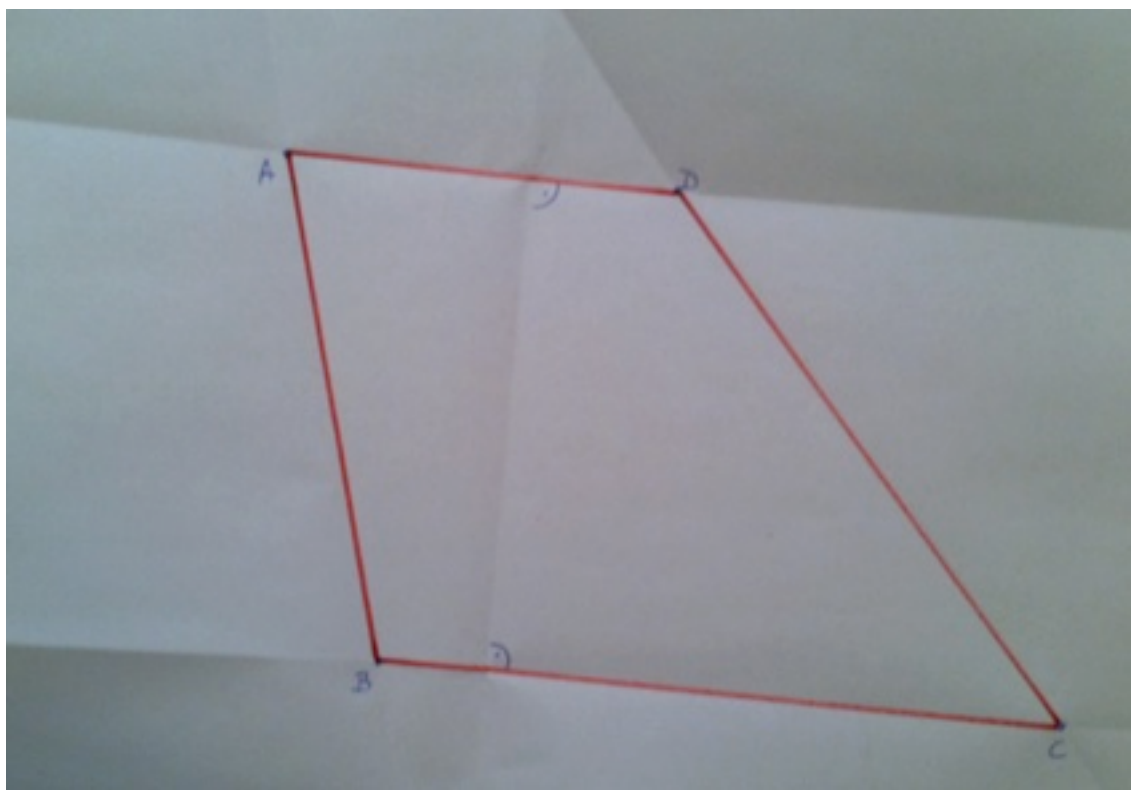


Aby stworzyć dowolny trapez należy:

- stworzyć dowolną prostą oraz proste: prostopadłą i równoległą do pierwszej prostej,
- utworzyć dowolną prostą przecinającą dwie proste równoległe,
- utworzyć kolejną dowolną prostą przecinającą dwie proste równoległe (należy tak zgiąć kartkę aby prosta ta na kartce nie przecięła poprzedniej prostej),
- po rozprostowaniu kartki pojawia się wzór trapezu.

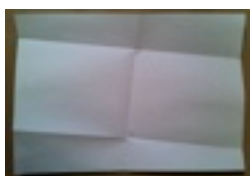


TRAPEZ (DOWOLNY - WARIANT 2):

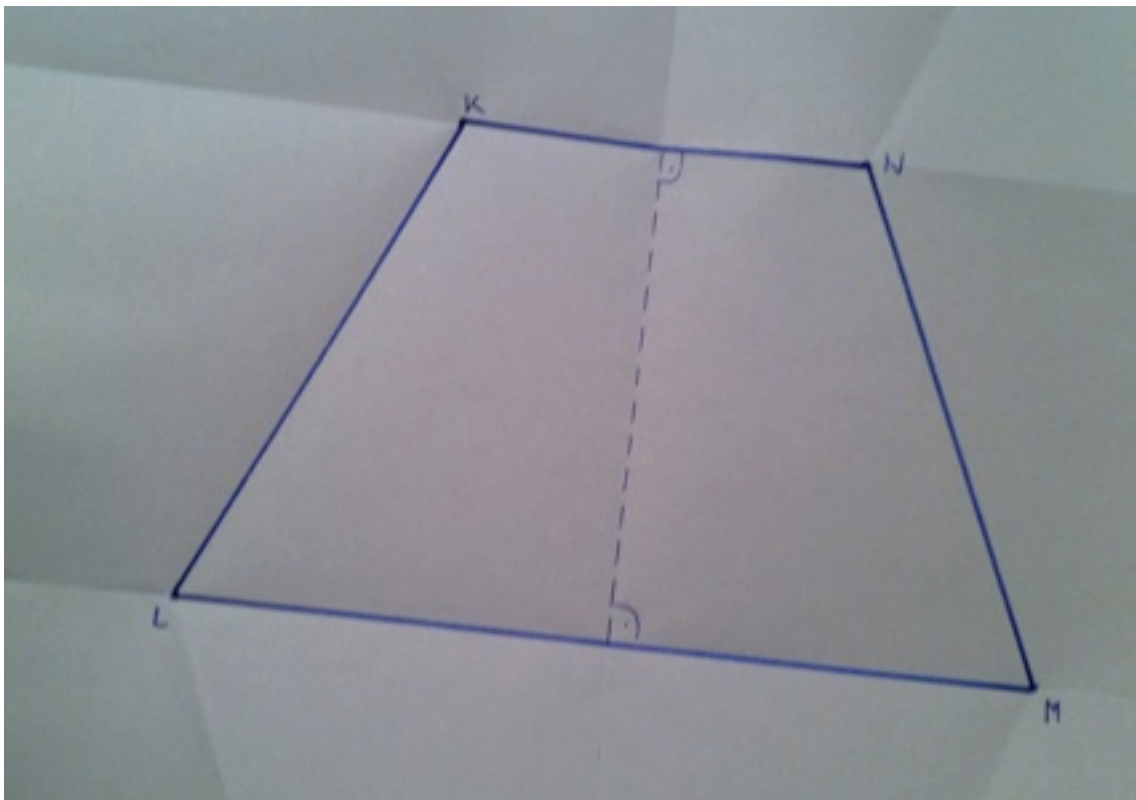


Aby stworzyć dowolny trapez należy:

- stworzyć dowolną prostą oraz proste: prostopadłą i równoległą do pierwszej prostej,
- utworzyć dowolną prostą przecinającą dwie proste równoległe,
- utworzyć kolejną dowolną prostą przecinającą dwie proste równoległe (należy tak zgiąć kartkę aby prosta ta na kartce nie przecięła poprzedniej prostej),
- po rozprostowaniu kartki pojawia się wzór trapezu.



TRAPEZ RÓWNORAMIENNY:

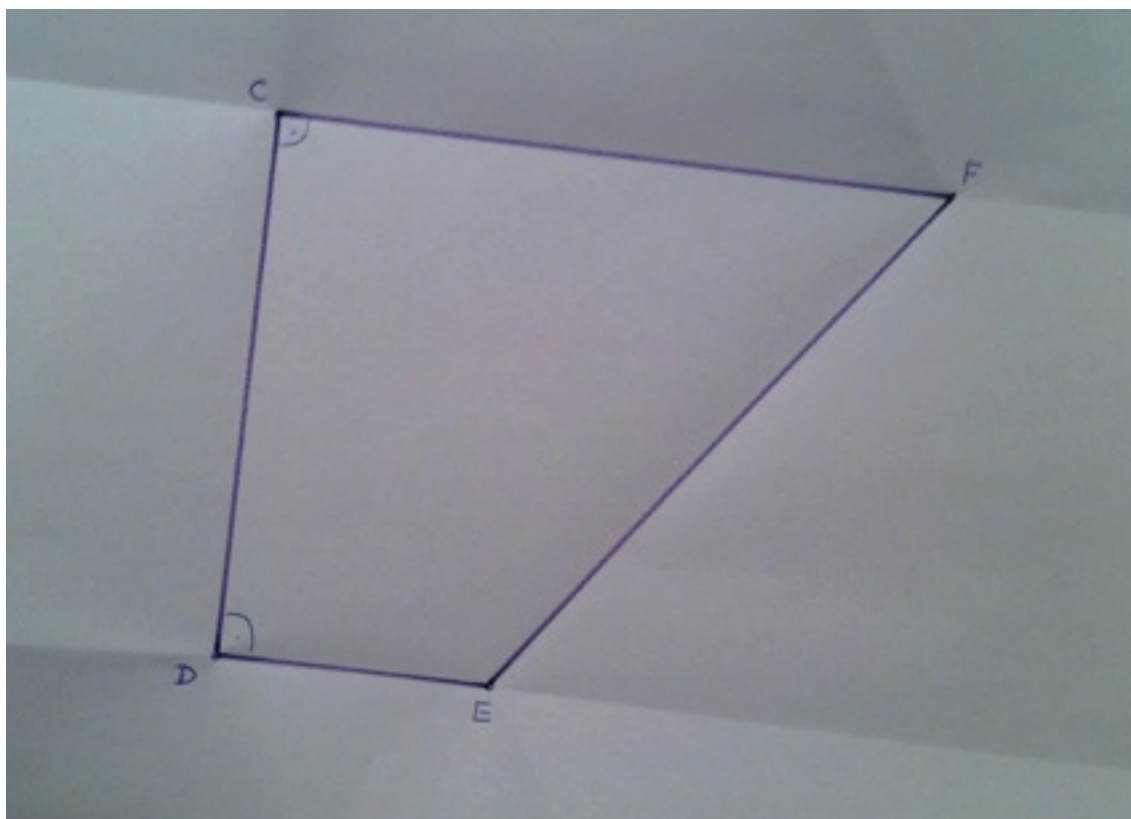


Aby stworzyć dowolny trapez równoramienny należy:

- stworzyć dowolną prostą oraz proste: prostopadłą i równoległą do pierwszej prostej (nie rozginać kartki),
- utworzyć dowolną prostą przecinającą dwie proste równoległe,
- po rozprostowaniu kartki pojawia się wzór trapezu równoramiennego (prosta prostopadła do podstaw trapezu jest osią symetrii tego trapezu).

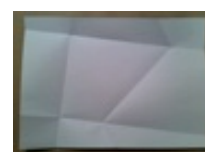


TRAPEZ PROSTOKĄTNY:



Aby stworzyć dowolny trapez prostokątny należy:

- zgiąć kartkę w dowolnym miejscu, tworząc prostą,
- zgiąć kartkę ponownie tak, aby otrzymać linię prostopadłą do utworzonej wcześniej (po zgięciu kartki, krawędź utworzona w pierwszym kroku musi znajdować się w jednej linii),
- na zgiętej dwukrotnie kartce należy stworzyć trzecią prostą, która jest równoległa do pierwszej prostej oraz prostopadła do drugiej prostej (trzy pierwsze czynności należy wykonać jak w przypadku tworzenia prostokąta),
- zgiąć pod dowolnym kątem kartkę tak, aby powstała czwarta prosta przecinająca proste równoległe,
- po rozprostowaniu kartki pojawia się wzór trapezu prostokątnego.

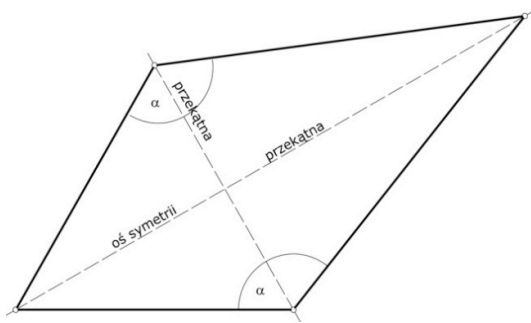


DELTOID

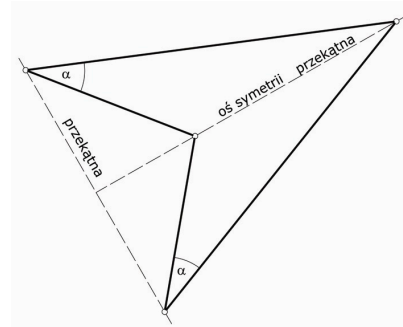
Deltoid to czworokąt, który ma jedną oś symetrii, przechodzącą przez dwa jego wierzchołki, będącą zarazem jego dłuższą przekątną. Przekątne deltoidu są wzajemnie prostopadłe. W deltoidzie kąty między bokami różnej długości są równe oraz boki kończące się przy osi symetrii także są sobie równe. Każdy deltoid wypukły jest sumą (połączeniem) dwóch trójkątów równoramiennych. Szczególnymi przypadkami deltoidów są: romb oraz kwadrat.

Rodzaje deltoidów:

- **Deltoid wypukły** – obie przekątne znajdują się wewnątrz figury,
- **Deltoid wklęsły** – jedna z przekątnych znajduje się poza figurą.



deltoid wypukły



deltoid wklęsły

WŁAŚCIWOŚCI DELTOIDÓW

- Kolejne boki są równe
- Kąty między różnymi bokami są równe
- Przekątna przebiegająca między równymi bokami dzieli deltoid na dwa trójkąty równoramienne
- Przekątna przebiegająca między różnymi bokami jest osią symetrii deltoidu.

DELTOID (WYPUKŁY):

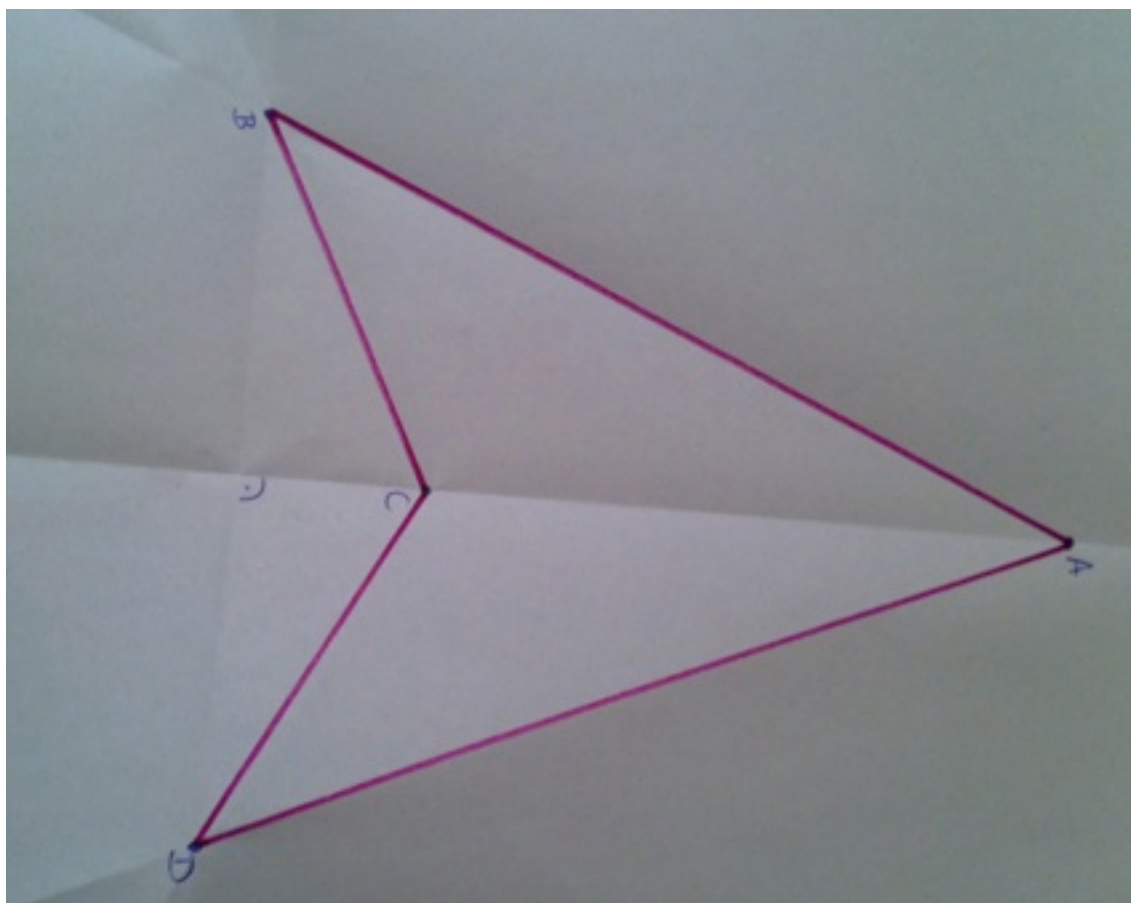


Aby stworzyć deltoid należy:

- stworzyć dowolną prostą oraz prostą do niej prostopadłą (nie rozginać zgięcia),
- zamknąć kształt dowolną prostą (trzecia prosta) (jak w przypadku trójkąta prostokątnego),
- rozłożyć kartkę do momentu powstania pierwszej prostej,
- stworzyć czwartą prostą przechodzącą przez punkt przecięcia drugiej i trzeciej prostej oraz przecinającą pierwszą prostą po „drugiej” stronie punktu przecięcia się pierwszej i drugiej prostej,
- po rozprostowaniu kartki pojawia się wzór deltoidu.



DELTOID (WKŁĘŚLY):



Aby stworzyć deltoide należy:

- stworzyć dowolną prostą oraz prostą do niej prostopadłą (nie rozginać zgięcia),
- zamknąć kształt dowolną prostą (trzecia prosta) (jak w przypadku trójkąta prostokątnego),
- rozłożyć kartkę do momentu powstania pierwszej prostej,
- stworzyć czwartą prostą przechodzącą przez punkt przecięcia drugiej i trzeciej prostej oraz przecinającą pierwszą prostą po „tej samej” stronie punktu przecięcia się pierwszej i drugiej prostej,
- po rozprostowaniu kartki pojawia się wzór deltoideu.

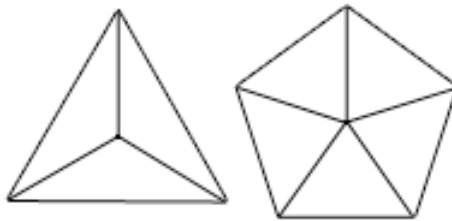


WIELOKĄTY FOREMNE:

Wielokątem foremnym nazywamy taki wielokąt, w którym wszystkie boki mają równe długości i wszystkie kąty mają równe miary. Wszystkie wielokąty foremne są figurami wypukłymi.

Wielokątem foremnym o najmniejszej liczbie boków jest trójkąt równoboczny. Czworokąt foremny to kwadrat.

Wielokąty foremne składają się z wielu identycznych trójkątów:



WŁAŚCIWOŚCI WIELOKĄTÓW FOREMNYCH:

- Na każdym wielokącie foremnym można opisać okrąg
- W każdy wielokąt foremny można wpisać okrąg
- Środki okręgów – wpisanego i opisanego pokrywają się.

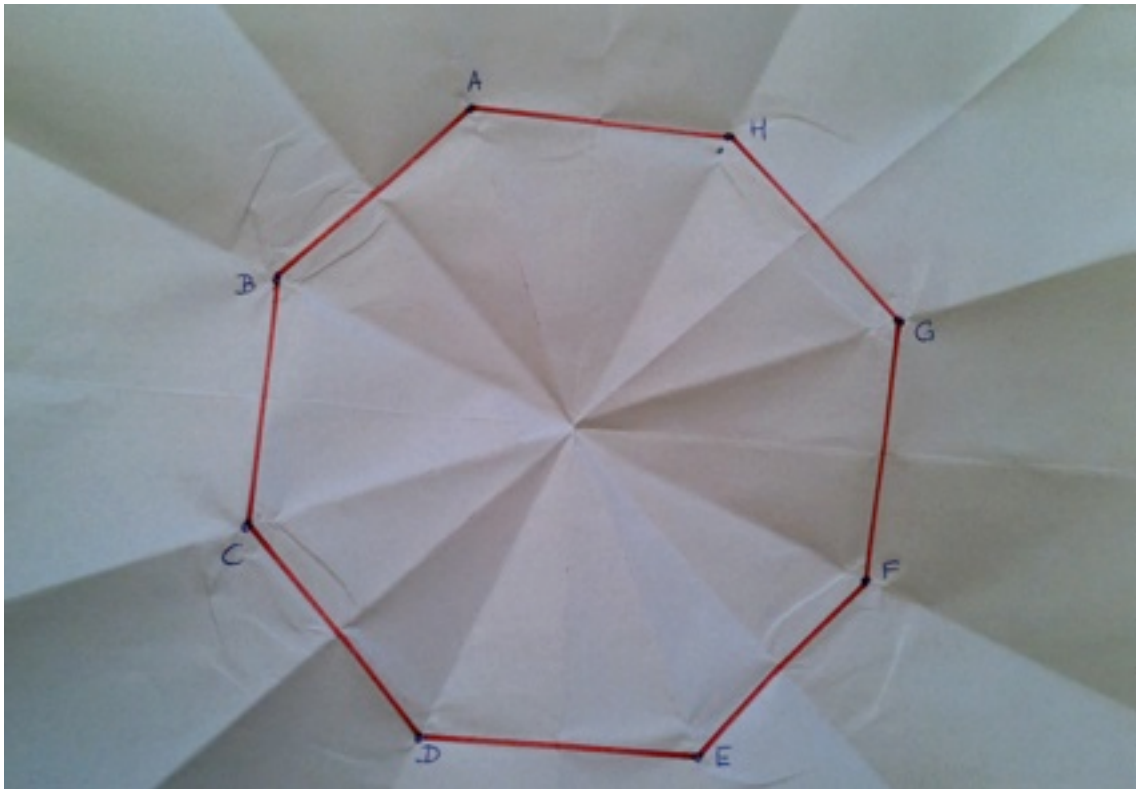
TRÓJKĄT RÓWNOBOCZNY:

Został opisany w rozdziale - trójkąty.

KWADRAT:

Został opisany w rozdziale - czworokąty.

OŚMIOKĄT FOREMNY:

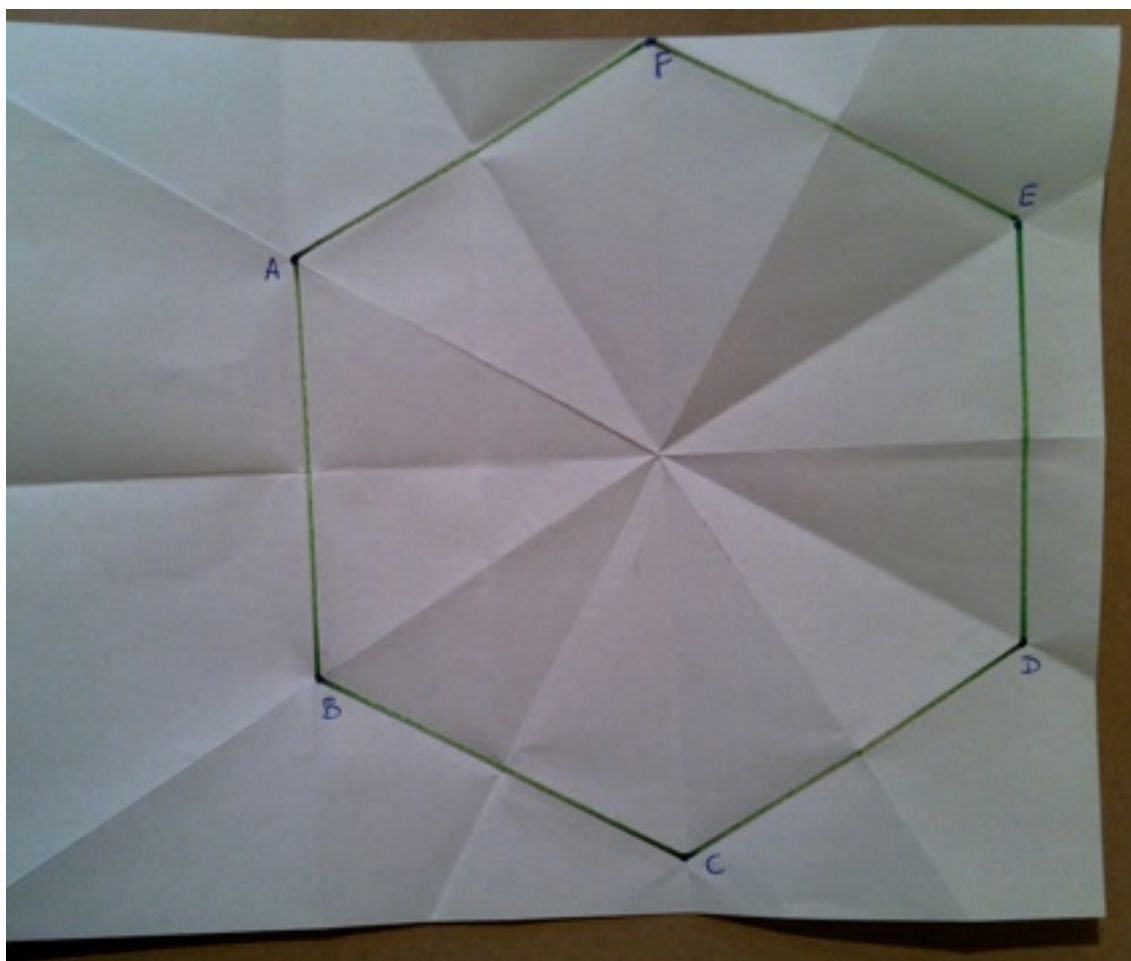


Aby stworzyć ośmiokąt foremny należy:

- stworzyć dowolną prostą oraz prostą do niej prostopadłą (nie rozginać zgięcia),
- utworzony kąt prosty podzielić na pół (nie rozginać zgięcia),
- powstały kąt ponownie podzielić na pół (nie rozginać zgięcia),
- wierzchołek kąta zagiąć do dowolnego z ramion powstałego kąta,
- po rozprostowaniu kartki pojawia się wzór ośmiokąta foremnego.



SZEŚCIOKĄT FOREMNY:



Aby stworzyć sześciokąt foremny należy:

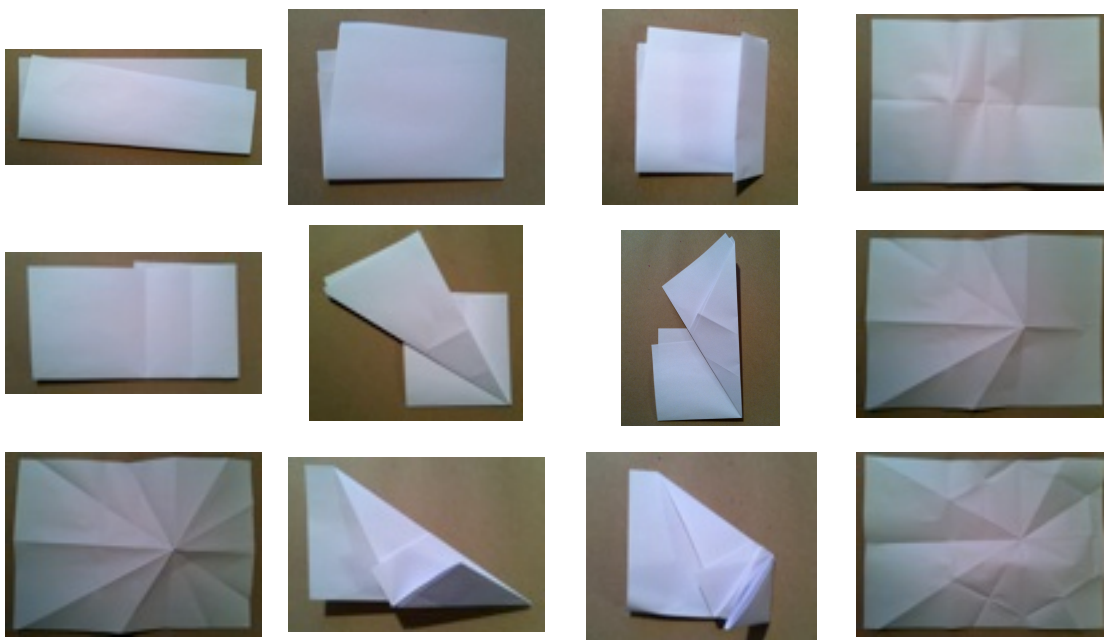
- stworzyć dowolną prostą oraz prostą do niej prostopadłą (nie rozginać zgięcia),
- utworzyć prostą równoległą do drugiej prostej i prostopadłą do pierwszej prostej (rozłożyć zgięcie),
- przygotować kartkę do dalszego zginania zgodnie ze zdjęciem,



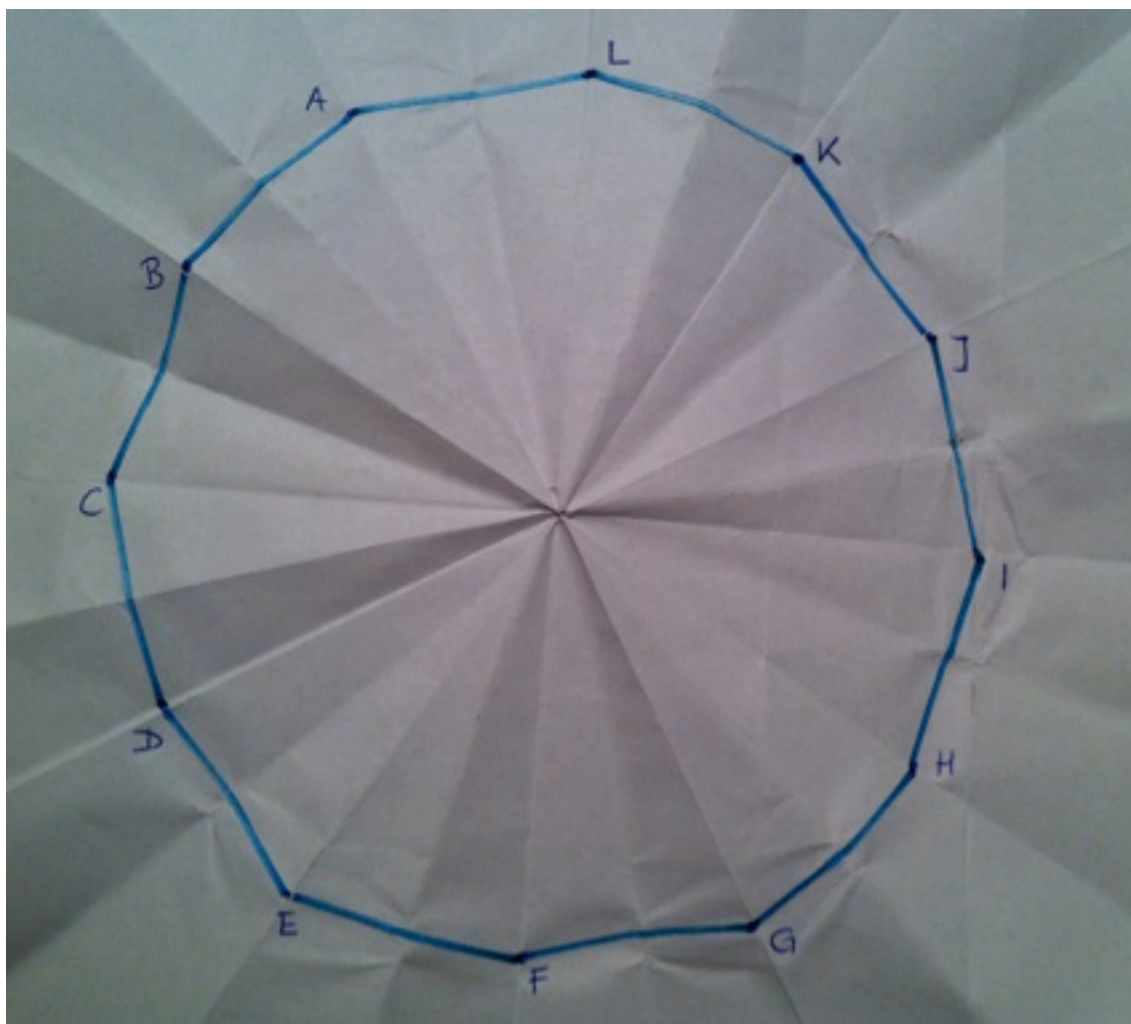
- skrajny lewy dolny punkt przecięcia się prostych przeciągnąć do środkowej prostej prostopadłej i zagiąć (nie rozginać zgięcia),



- ponownie zagiąć kartkę (tym razem) do skrajnej prawej prostej prostopadłej (rozłożyć kartkę),
- przedłużyć wszystkie proste (tak aby przechodziły przez całą kartkę),
- poskładać kartkę tak aby utworzyć jeden kąt,
- wierzchołek kąta zagiąć do dowolnego z ramion powstałego kąta,
- po rozprostowaniu kartki pojawia się wzór sześciokąta foremnego.



DWUNASTOKĄT FOREMNY:



Aby stworzyć dwunastokąt foremny należy:

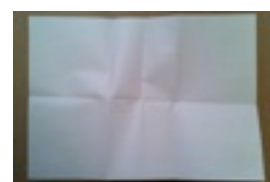
- instrukcja jest taka sama jak w przypadku tworzenia sześciokąta foremnego - różnica pojawia się przy końcu,
- stworzyć dowolną prostą oraz prostą do niej prostopadłą (nie rozginać zgięcia),
- utworzyć prostą równoległą do drugiej prostej i prostopadłą do pierwszej prostej (rozłożyć zgięcie),
- przygotować kartkę do dalszego zginania zgodnie ze zdjęciem,



- skrajny lewy dolny punkt przecięcia się prostych przeciągnąć do środkowej prostej prostopadłej i zagiąć (nie rozginać zgięcia),



- ponownie zagiąć kartkę (tym razem) do skrajnej prawej prostej prostopadłej (rozłożyć kartkę),
- przedłużyć wszystkie proste (tak aby przechodziły przez całą kartkę),
- poskładać kartkę tak aby utworzyć jeden kąt (nie rozginać zgięcia),
- podzielić kąt na połowę (nie rozginać kartki),
- wierzchołek kąta zagiąć do dowolnego z ramion powstałego kąta,
- po rozprostowaniu kartki pojawia się wzór dwunastokąta foremnego.





4. PODSUMOWANIE PRACY

Dzięki tej pracy nauczyliśmy się, że matematyka to nie tylko dziedzina nauki i nie jest też jak nie którymś się wydaje parą kresek i liczb wbijanych na lekcji do głowy. Matematyka to coś więcej, coś czego nie da się tak po prostu opisać czy wyjaśnić. To dzięki niej cały świat funkcjonuje, dzięki niej żyjemy świadomie, mamy domy, drogi, komputery, a nawet zabawki. Dzięki niej wiemy jak żyć. Bez niej przyrządzenie najprostszej potrawy byłoby prawie niemożliwe, gdyby nie ona nie poznalibyśmy świata, nie potrafilibyśmy nawet powiedzieć ile, czego i gdzie widzimy. Właśnie dlatego jest ona taka ważna. Ale to nie wszystko, jest jeszcze jedna bardzo ważna rzecz o której w matematyce nie wolno zapomnieć.

Najważniejszą cechą matematyki jest dobra zabawa. Tę właśnie wiedzę dał nam ten projekt. Poprzez zabawę dowiedzieliśmy się tylu rzeczy, zaprzyjaźniliśmy się z geometrią, wiemy ile jej zawdzięczamy i jak wiele mamy z nią wspólnego. Poznaliśmy wiele sposobów na utworzenie różnych figur geometrycznych wykorzystując ich właściwości, logikę i kartkę papieru. I choć tworzyliśmy płaskie figury, to zginając i odwracając nasze kartki musieliśmy działać w przestrzeni trójwymiarowej.

Podczas naszej zabawy odkryliśmy prawa rządzące figurami, zależności między nimi i odkryliśmy też wielką tajemnicę ...

... Tajemnicę obracającej się kartki.

Na kartce zrobiliśmy dwie zwykłe proste prostopadłe do siebie i zaczęliśmy się im przyglądać w poszukiwaniu innej figury. Po chwili ze znudzonymi minami zaczęliśmy obracać kartkę i odkryliśmy, że jakkolwiek ułożymy kartkę nie zmieniają się relacje między figurami, zawsze będą do siebie prostopadłe. Sprawdziliśmy to też na innych figurach i wszędzie wynik był ten sam. Stwierdziliśmy, że tak samo jest w kosmosie nie liczy się gdzie jest góra czy dół, liczy się to, że z Ziemi na księżyc jest 384 000 kilometrów. Tak samo jest w geometrii - liczą się zależności między elementami.

... Być może cały wszechświat to jedna wielka figura geometryczna?