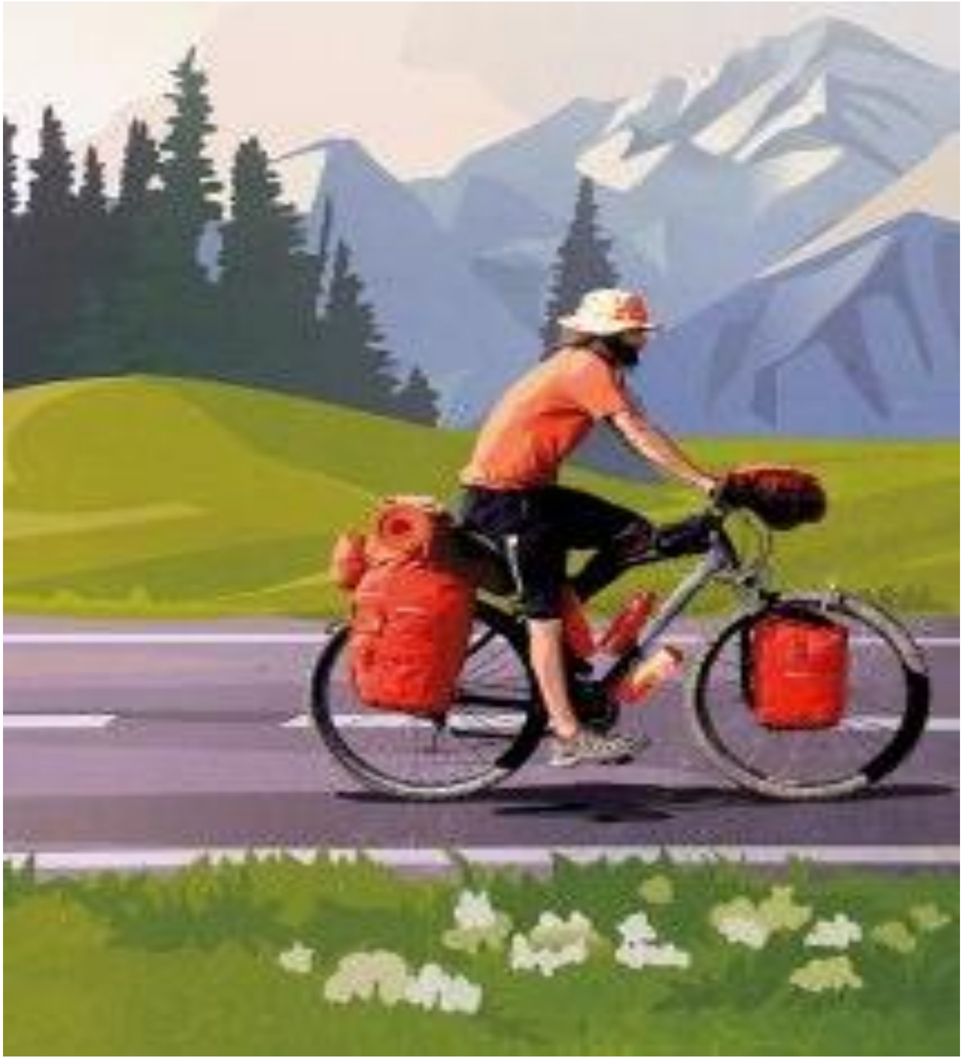
Rowerowa Przygoda Matematyczna.



Mateusz Wastag

Klasa 5A

Szkoła Podstawowa Zakonu Księży Pijarów im. ks. Stanisława Konarskiego

w Krakowie

Kraków, 2024 r.

Spis treści

Wstęp

Świat otulony jest liczbami, to one wypełniają nasze przestrzenie, nasze umysły i naszą pracę, precyzyjnie określają otaczającą nas rzeczywistość.

Każdy przedmiot: dom, samochód, most, laptop, komórka – zanim powstały – potrzebowały dokładnych obliczeń, działań, które pozwoliłyby człowiekowi w sposób funkcjonalny z nich korzystać.

Jednym z takich wspaniałych wynalazków dającym radość (chyba) każdemu: od malucha do starszaka – jest rower.

Ale czy zdajecie sobie sprawę, że rower to nie tylko pojazd dwukołowy? To, ile wiedzy matematycznej znajduje się w tym i wokół tego sprzętu, jest wprost niewiarygodne. I nie chodzi tylko o figury geometryczne – koła (owszem, są najważniejsze), ale o inne elementy.

W pracy przedstawię zadania w których obliczenia będą głównie wykonywane na liczbach przybliżonych do części setnych .

Zatem, zapraszamy na rowerową podróż z matematyką.

1. KOŁO

Wprowadzenie

Koło jest jednym z najważniejszych wynalazków w historii ludzkości. Od czasów starożytnych, koła były wykorzystywane do różnych celów, od przewozu towarów po ułatwienie poruszania się jest również jednym z najbardziej podstawowych kształtów geometrycznych.

Koło roweru będące jego podstawowym elementem składa się z obręczy (która może być odpowiednikiem okręgu) oraz posiada promień, średnicę. Jesteśmy w stanie obliczyć lub zmierzyć jego obwód.

1.1 Średnica , promień koła.

Promień koła to:

- odcinek z jednym końcem na brzegu koła (okręgu ograniczającym koło), a drugim w środku koła,

Średnica koła to:

- cięciwa przechodząca przez środek koła.

Rozmiary kół podaje się zwykle w calach . Warto zwrócić uwagę, że rozmiar koła nie jest średnicą obręczy, ale przeciętnej opony do niej przeznaczonej.

Poniżej zdjęcie koła z mojego roweru

Na zdjęciu są cztery wartości 26 x 1,95 oraz dwie liczby podane w nawiasie (50-559).

Pierwsza para liczb 26 x 1,95 jest to tak zwany „Angielski standard”. Bierze on pod uwagę dwa kryteria :

- średnicę zewnętrzną opony wyrażoną w calach (w moim przypadku to 26)

- szerokość opony wyrażona w calach 1,95.

Druga para cyfr (50-599) to wymiary standardu ISO , zawierają wartości w (mm)

- szerokość opony 50 mm ;
- średnica obręczy koła 599 mm.

Co to jest cal??

Cal jest jednostką miary długości, która nie znajduje się w Międzynarodowym Układzie Jednostek Miar SI. Jedynie w krajach anglo-amerykańskich używany jest jako podstawowa jednostka miary.

1 cal oznaczony symbolem ", "in", czy też "cal", zwany jest także "calem międzynarodowym" i niezależnie od kraju, należy przyjąć, że:

- Jeden cal to 2,54 cm, co daje nam 25,4 mm długości.

Z powyższych wiadomości mogę podać wymiary mojego koła w centymetrach:

26 cali x 2,54 cm = 66,04 cm

Rozmiar ten jak pokazuje zdjęcie mogę potraktować jako średnicę naszego koła :

Średnica = 66, 04 $[cm]$

Wiedząc już jaka jest średnica mojego koła możemy łatwo obliczyć długość promienia, który jest równy połowie średnicy zatem:

$$\mathbf{R} = \frac{d\ [cm]}{2} = \frac{66.04\ [cm]}{2} = \mathbf{33{,}02}\ [cm]$$

Kolejną wartością wskazana na zdjęciu jest szerokość opony która wynosi 1,95 cala która wyrażona w centymetrach jest równa 4,95 cm i jak pokazuje zdjęcie szerokość mierzona metrem oscyluje wokół tej wartości

1,95 cali = 1,95 x 2,54 cm = 4,95 cm

1.2 Obwód Koła. Pole Koła. Liczba PI.

Obliczanie długości obwodu koła wyraża się wzorem: $2\pi r$

Aby obliczyć długość obwodu koła , muszę znać jego średnicę lub promień .

W przypadku mojego koła o rozmiarze 26 cali z obliczeń w punkcie 1.1 wiem że średnica wynosi **66, 04** $[cm]$ a promień **33,02** $[cm]$ **.**

Wzór na obwód koła wyraża się wzorem:

obwód = π * d (średnica)

lub odwód = π * 2 r (promień)

W powyższych wzorach pojawia się tajemnicza liczba π .

Liczba π to prawdopodobnie najsłynniejsza stała matematyczna. Jest ona tak ważna, że uczą się o niej już dzieci w szkole podstawowej. Liczba π (pi) jest to stosunek obwodu koła do jego średnicy i wynosi około 3,14159. W praktyce dla prostszych obliczeń często zaokrągla się tę wartość do 3,14. Jest ona taka sama dla każdego koła [1)]

Znam już wszystkie wartości, aby obliczyć odwód mojego koła. Podstawiam je do mojego wzoru i tak :

$$\textbf{obwód} = \boldsymbol{\pi} * \textbf{d} \;\; [cm]$$

$$\textbf{obwód} = \textbf{3,14} * \textbf{66.04} \;\; [cm]$$

$$\textbf{obwód} = \textbf{207,3656} \; [cm]$$

Do sprawdzenia obliczeń użyłem metra, który rozłożyłem na całym obwodzie mojego koła i uzyskany rezultat był bardzo zbliżony do wyniku otrzymanego w wyniku obliczeń i oscylował między 207 a 207,5 cm.

1) Joaquin Navarro (2010) „Tajemnice liczby π ” RBA

Znając wartość promienia i wiedząc co to jest liczba PI mogę również obliczyć pole mojego koła, które wyraża się wzorem:

Pole koła = π *r^2

Do obliczeń przyjmuję najbardziej popularne przybliżenie liczby pi, które wynosi 3,14**.**

Pole koła = 3,14 *$(33,02)^2$

Pole koła = 3423,60 $[cm^2]$

Znając parametry mojego koła mogę na przykład obliczyć:

Ile razy moje koło obróci się (n) po przejechaniu 1 km?

Promień mojego koła wynosi :

r = 13 cali = 33,02 $[cm]$

Wiem, że obwód mojego koła wynosi :

Obwód = 207,3656 $[cm] \approx$ 2,07 m

Droga(s) wynosi 1 $[km]$ = 1000 $[m]$

Więc;

$n = \frac{droga\ (s)}{obwód} = \frac{1000\ [m]}{2{,}07\ [m]} \approx$ 483,09 razy

Odpowiedz : Moje Koło obróci się około 483,09 razy .

Jaką drogę (d) przejedzie mój rower, gdy jego koła obrócą się 100 razy?

d = Obwód * 100 = 207,3656 $[cm] * 100$ ≈ 2,07 m * 100 ≈ 207 m

Odpowiedz : Rower przejdzie około 207 metrów.

Ile obrotów na minutę wykonują koła mojego roweru w czasie jazdy z prędkością 15 $\frac{km}{h}$.

Na początku obliczam ile metrów przejadę podczas jednej minuty aby to obliczyć skorzystam z metody proporcji:

15 km --- 1 h

x km --- $\frac{1}{60}$ h

$$d = \frac{15km*\frac{1}{60}\ h}{1\ [h]} = \frac{15}{60}\ km = 0,25\ km$$

Następnie kilometry czyli 0,25 km zamieniam na metry:

1km --- 1000 m

0,25 km --- d

$$d = \frac{0,25cm*1000m}{1\ [cm]} = 250\ m$$

Wiedząc ile wynosi mój obwód koła i jaką odległość pokonam podczas jednej minuty mogę obliczyć ile razy na minutę obrócą się moje koła:

n – ilość obrotów

$$n = \frac{droga\ (s)}{obwód} = \frac{250\ [m]}{2,07\ [m]} \approx 121\ razy$$

Odpowiedź: Moje koła obrócą się podczas jednej minuty ok 121 razy.

2. Prędkość , czas , odległość.

Każdy z nas, podróżując rowerem stara się mieć cel swojego przemieszczania się. Kiedy szykujemy się na wycieczkę rowerową, to przygotowujemy sobie trasę. W trakcie dłuższej podróży otwieramy mapę, wyznaczamy dystans, jaki chcemy pokonać, zakładamy czas, w jakim chcemy podróż ukończyć. To świetny moment, aby przybliżyć kolejną matematyczną wiedzę: jednostkę czasu (t), prędkości (v) i długości (s).

Jak wiemy aby obliczyć prędkość potrzebujemy znać czas i drogę wzór na prędkość wyraża się wzorem :

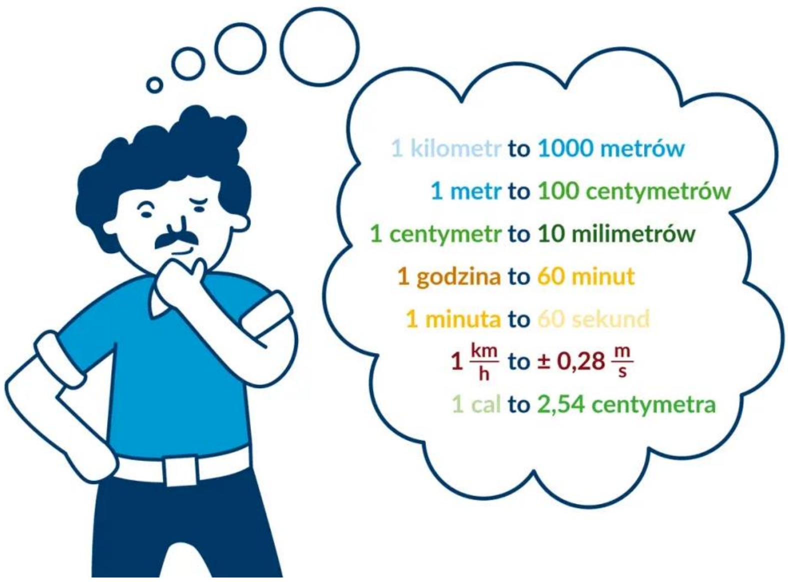
v = $\frac{s}{t}$ jednostka prędkości to m.in. $\frac{km}{h}$, $\frac{m}{s}$

Aby obliczyć czas posłużę się wzorem

t = $\frac{s}{v}$ jednostka czasu to np. h, min, s

Aby obliczyć drogę posłużę się wzorem

s = v * t jednostka drogi to kilometr , metr , centymetr , milimetr



Poniżej rozwiąże trzy zadania związane z prędkością, czasem i drogą.

Zadanie 1.

Ala jeździ do szkoły rowerem, a Ola skuterem. Obie pokonują tę samą drogę. Ala wyjechała do szkoły o godzinie 7:00 i pokonała całą drogę w ciągu 40 minut. Ola wyjechała 10 minut później niż Ala, a pokonanie całej drogi zajęło jej tylko 20 minut. Oblicz, o której godzinie Ola wyprzedziła Alę. Zadanie to rozwiążemy dwoma sposobami:

Sposób I za pomocą wzorów , układ równań ;

W zadaniu skorzystam ze wzoru :

$$\mathbf{s = v * t}$$

Na początku mogę wskazać dwa równania, które określają drogę poszczególnych dziewczyn do momentu spotkania:

droga Ali : $s_A = v_A * t_A$

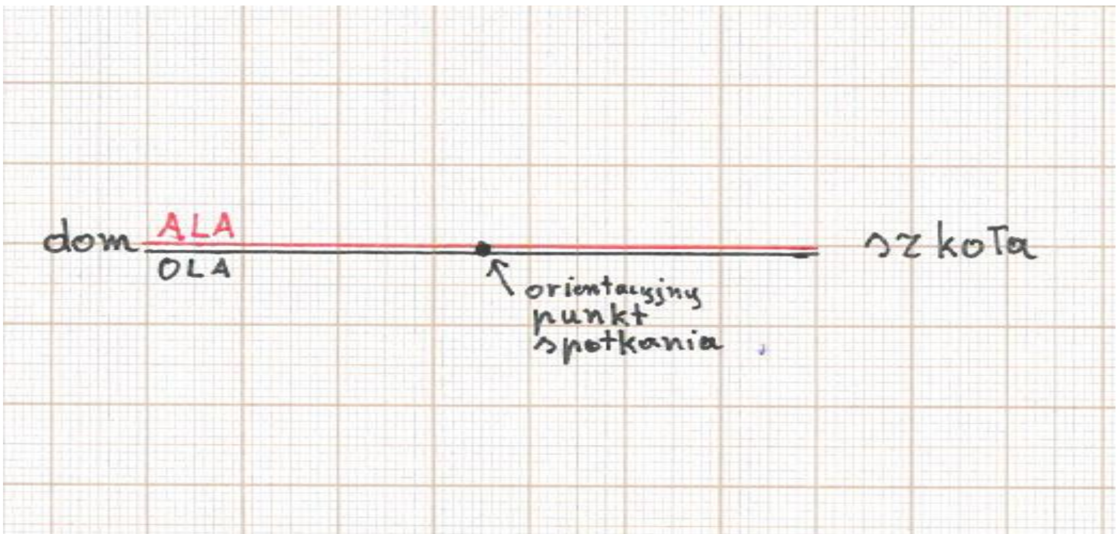
droga Oli : $s_O = v_O * t_O$

Aby rozwiązać ten układ równań skorzystam z danych które są zawarte w treści zadania:

Dane:

Droga Ali i Oli jest taka sama czyli $s_A = s_O$

Poniżej rysunek pomocniczy:

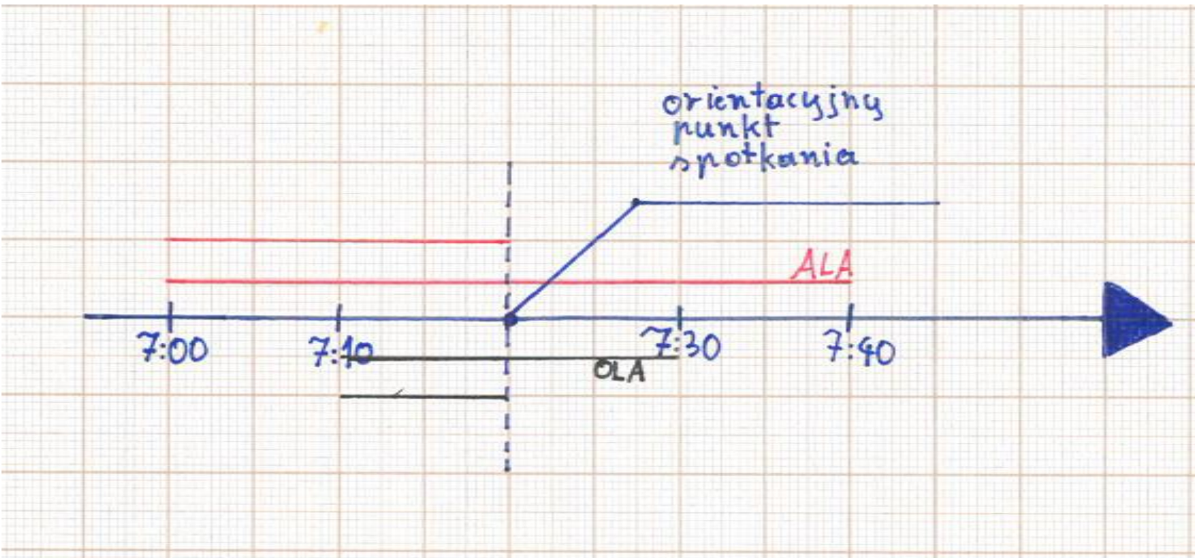


Kolejną daną w naszym równaniu jest prędkość - nie mam podanej konkretnej wartości z jaką się poruszają dziewczyny , ale z zadania mogę wywnioskować że :

Ala pokonała całą trasę w 40 minut a Ola w 20 minut czyli z tego wynika że Ola poruszała się z prędkością dwukrotnie wyższą czyli:

$2v_A = v_O$

Ostatnią brakującą daną to czas, czyli nasze t. Wiemy, że Ala wyjechała o godzinie 7:00, a Ola 10 minut później, czyli o 7 rano, ale godzina o której się spotkały była taka sama. Poniżej rysunek pomocniczy:



Skoro godzina spotkania jest taka sama, a Ola wyruszyła 10 minut później oznacza to, że czas, który był jej potrzebny na dotarcie spotkania był też o 10 minut krótszy .

Chcąc uzyskać równy czas dla oby dziewczynek bo tylko taki mogę umieścić w równaniu muszę uwzględnić różnice odejmując od czasu Ali 10 minut czyli

$t_A - 10 \text{ min} = t_O$

Mając określone wszystkie dane :

$s_A = s_O$

$2v_A = v_O$

$t_A - 10 \text{ min} = t_O$

Mogę rozwiązać nasz układ równań:

Pierwsze równanie pozostaje bez zmian :

$s_A = v_A * t_A$

Natomiast drugie będzie wyglądało następująco

$s_A = 2\ v_A * \ (t_A - 10)$

Ponieważ $s_A = s_A$ te równania mogę zapisać w następujący sposób:

$v_A * t_A = 2\ v_A * \ (t_A - 10)$

$v_A * t_A = 2\ v_A * \ t_A - 20\ v_A$ następnie dzielimy równość obustronnie przez V_A

$v_A * t_A = 2\ v_A * t_A - 20\ v_A / v_A$ w wyniku tego działania otrzymuję :

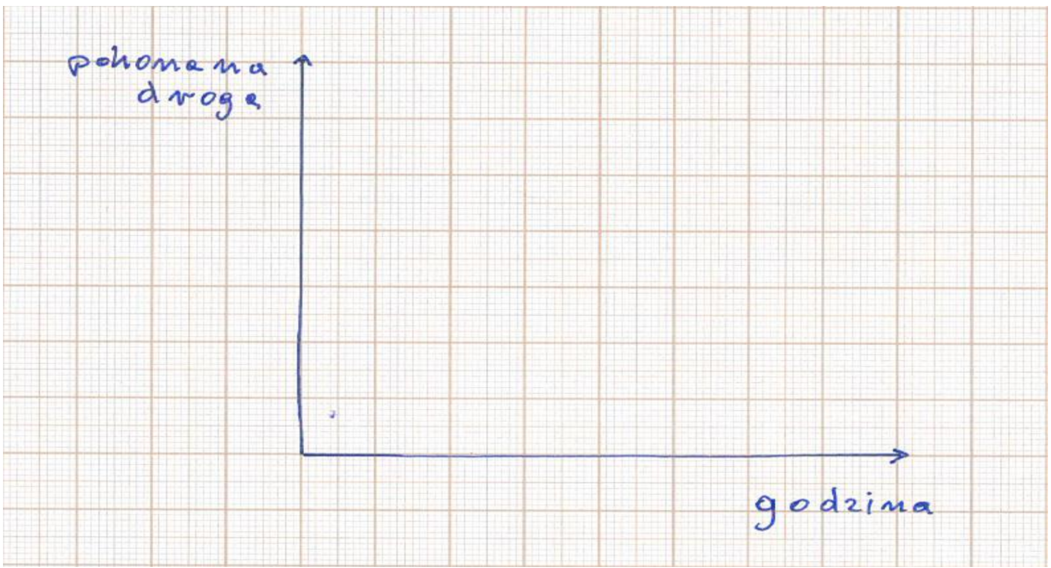
$t_A = 2\ t_A - 20$ gdy to uporządkuje otrzymuje :

$t_A = 20$ minut

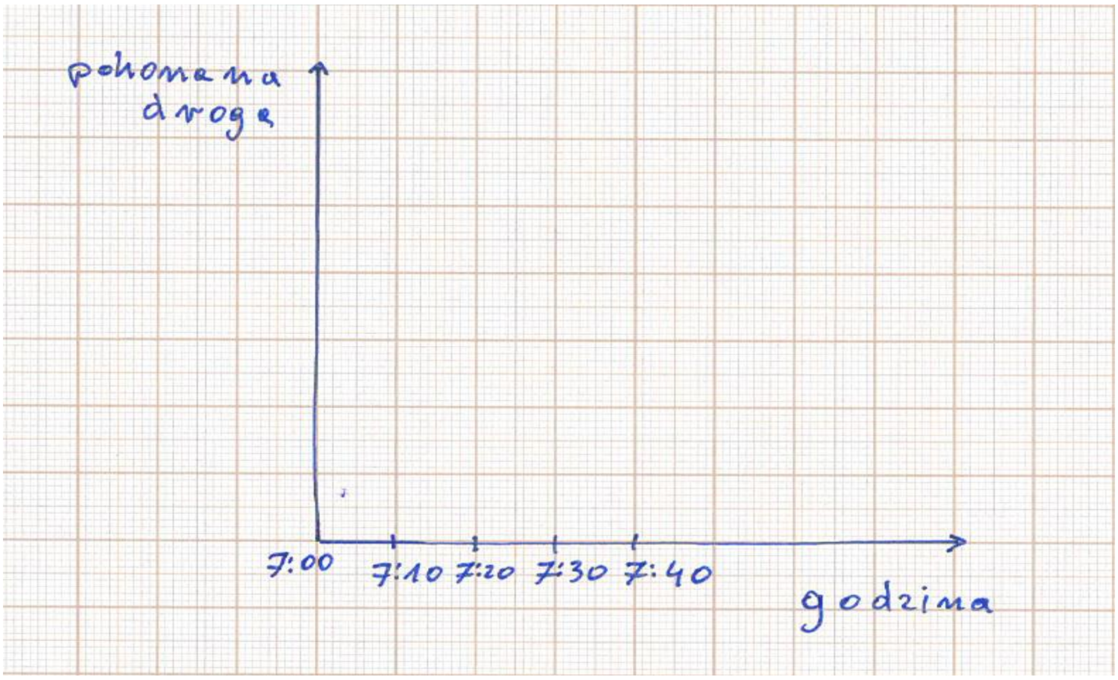
Jeżeli Ala wyruszyła o 7 00 została wyprzedzona 20 minut później czyli o godzinie 7:20.

II sposób rozwiązania tego zadania metodą graficzną :

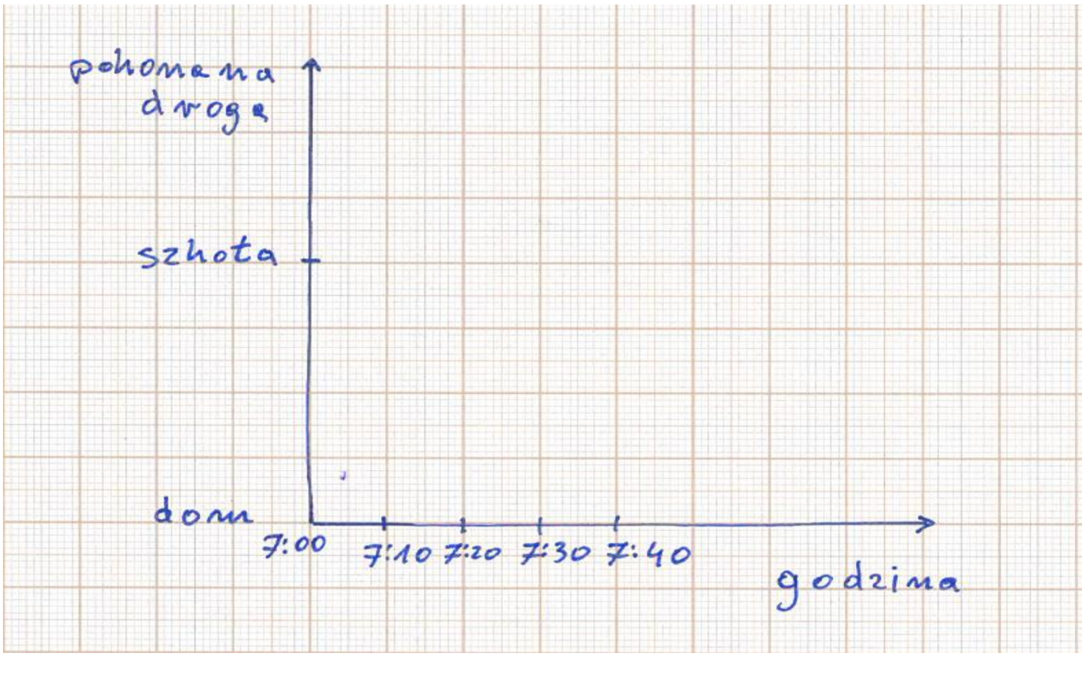
Aby to zrobić muszę przygotować odpowiedni wykres wiedząc, że moim zadaniem jest określenie o której godzinie Ola wyprzedziła Alę aby to zrobić muszę wyznaczyć też miejsce spotkania Zatem mój wykres będzie prezentował zależność drogi od czasu:



Ponieważ Ala wyjechała o godzinie 7 będzie ona wartości początkową osi poziomej. Muszę jeszcze ustalić jaką wartość przyjmie jedna kratka. W zadaniu widzę że wartości te są wielokrotnością liczby 10 (10 minut , 20 minut , 40 minut) więc długość jednego centymetra będzie odpowiadała 10 minutom .

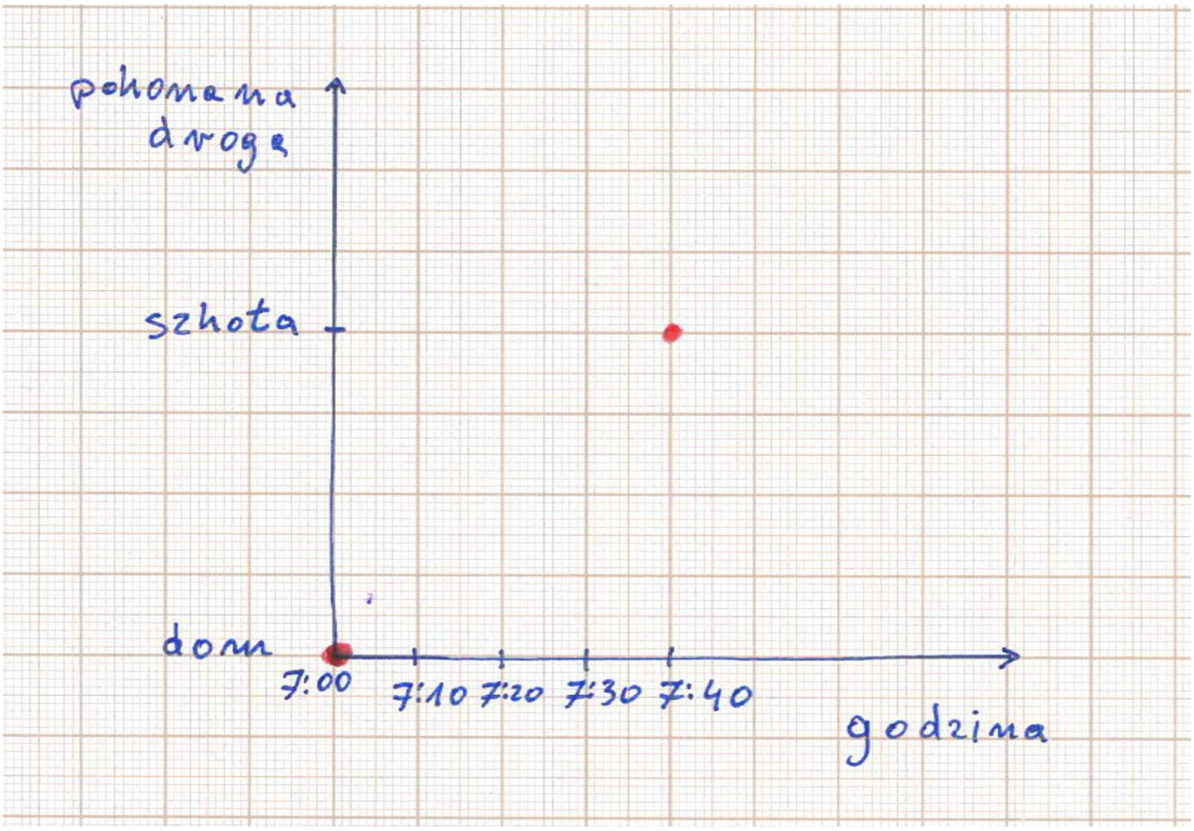


Następnie zajmuje się osią pionową dotyczącą drogi zaznaczam na niej dwa charakterystyczne miejsca : punkt początkowy dom oraz punkt końcowy szkoła

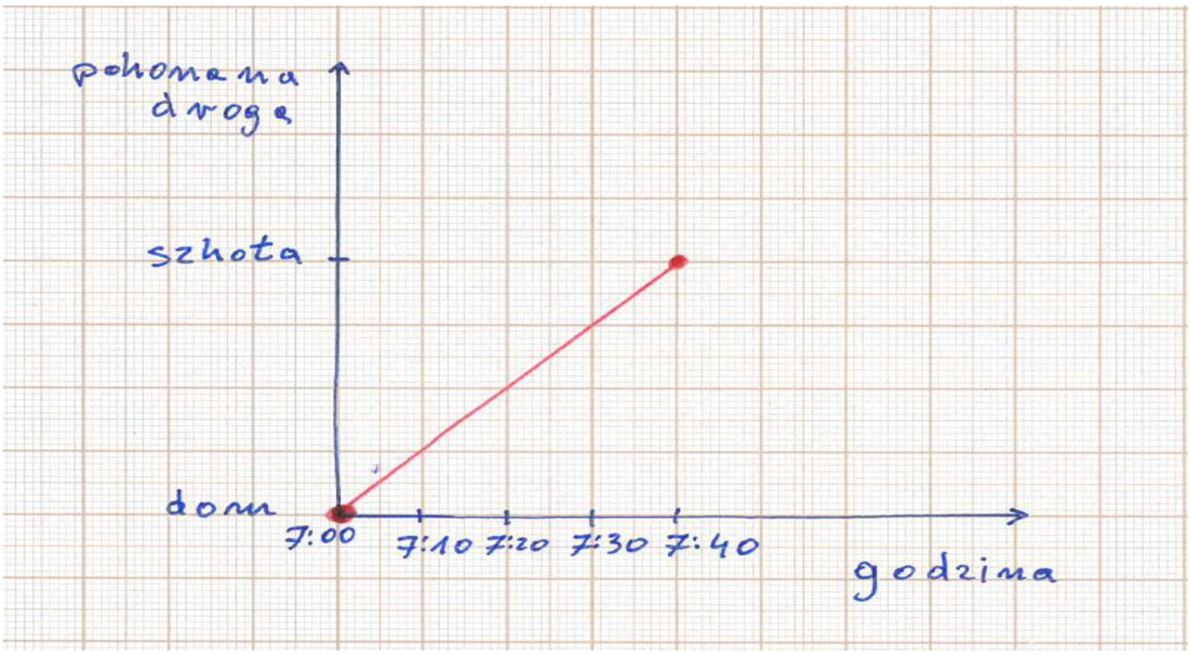


Mój układ współrzędnych jest przygotowany do rozwiązania zadania.

Na początku zaznaczam drogę pokonaną przez Alę : zaczęła ona o 7 rano wyjeżdżając z domu i skończyła o 7.40 w szkole zaznaczam te punkty na wykresie

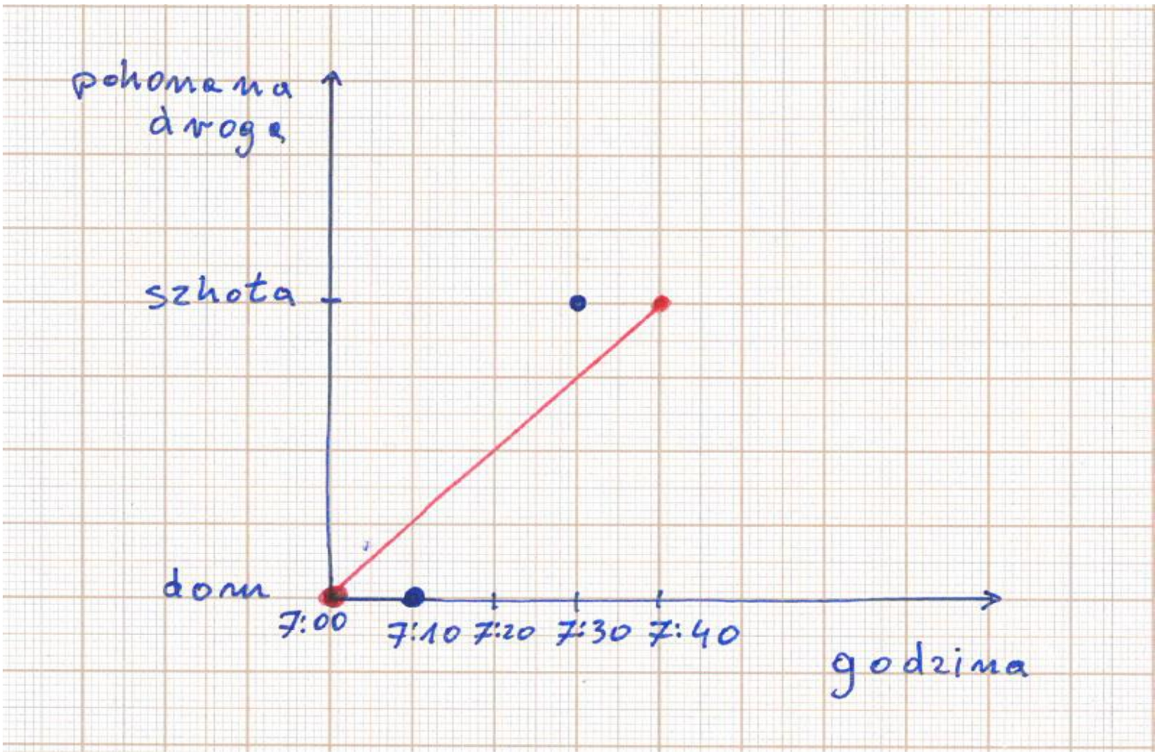


W zadaniu nie ma żadnych informacji czy dziewczyny gdzieś się zatrzymywały więc zakładam że poruszały się one ze stałą prędkością czyli w każdej minucie pokonywały taka sama drogę tak więc droga Ali na wykresie będzie prostą łącząca dwa wyznaczone punkty

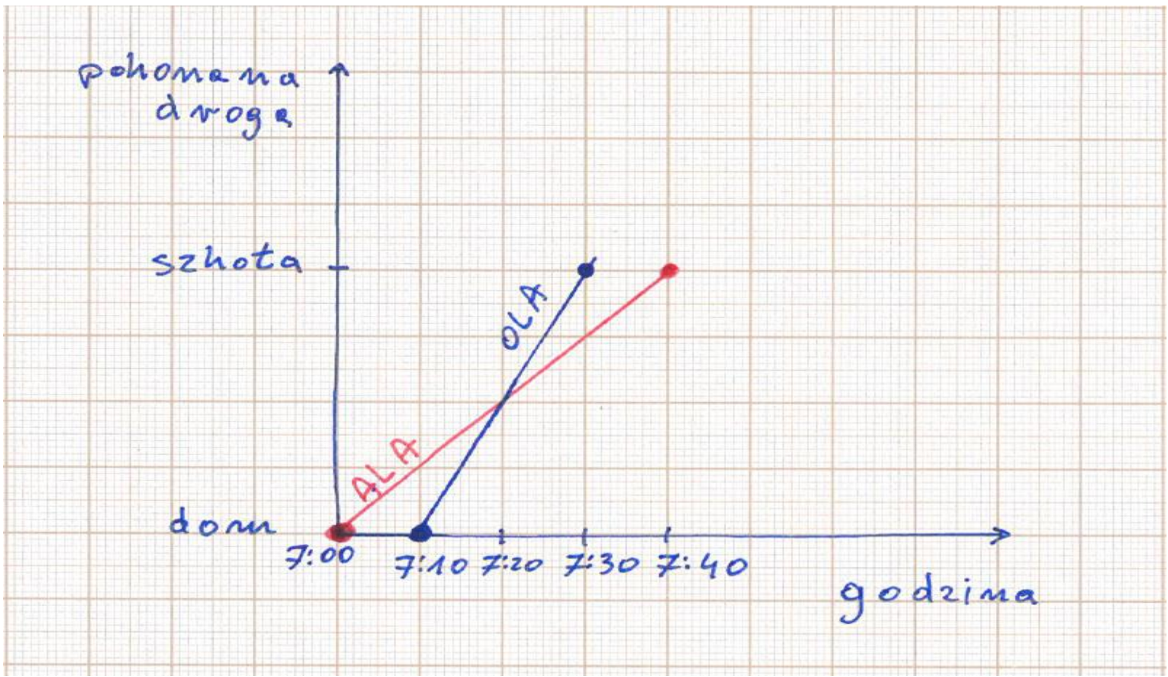


Teraz na mój układ nanoszę układ zależności czasu od drogi dla Oli .

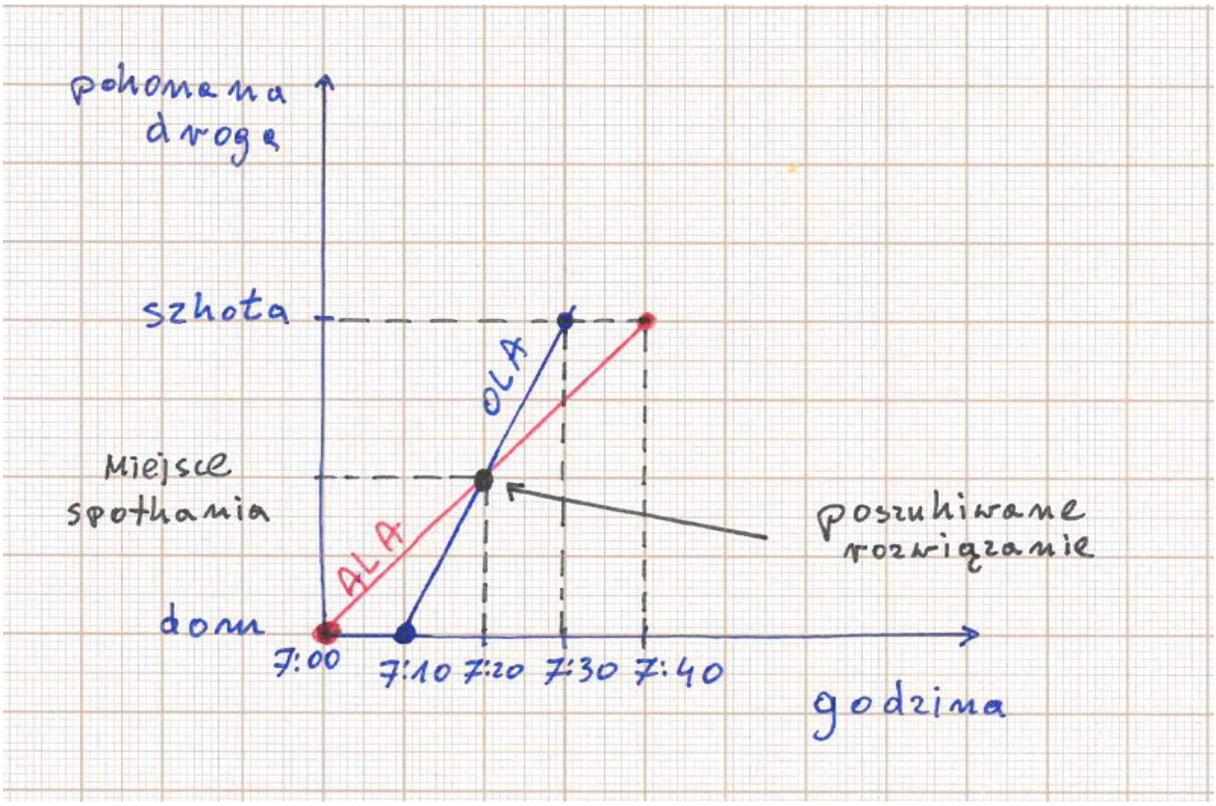
Wiem że Ola wyjechała o godzinie 7 :10 a dotarła do szkoły 20 minut później czyli o godzinie 7:30 i te dwa punkt zaznaczam na wykresie



Tak samo jak w przypadku Ali łączę te dwa punkt prostą



Widzę że wykresy przecinają się w punkcie godziny 7;20 i to znaczy że dokładnie w tym miejscu doszło do spotkania i o w tym czasie Ola wyprzedziła Alę z wykresu odczytać również można że koleżanki spotkały się dokładnie w połowie drogi do szkoły.



Jak widzimy oba sposoby dały identyczne wyniki więc tylko od nas zależy jaką metoda chcemy rozwiązać powyższe zadanie.[2]

Zadanie 2

Zadanie to będzie o wyścigu kolarskim. Tak się składa , że wyścig Tour de Pologne od kilku lat ma swoją metę w Krakowie i jak tylko jestem w domu zawsze chodzę wraz z rodziną oglądać zmagania kolarzy polecam każdemu kto jeszcze nie był wrażenie są pozytywne .

Często podczas transmisji telewizyjnych z wyścigów kolarskich pokazywane są różne sytuacje przewagi czasowej ucieczki nad peletonem, z jaką prędkością poruszają się jedni i drudzy i zawsze się wtedy zastanawiam czy dany kolarz dojedzie do mety jako pierwszy czy zostanie prześcignięty . Poniżej spróbuję rozwiązać takie zadanie

[2] *https://pistacja.tv/*

Zadanie:

Na etapie Tour de Pologne samotny kolarz zyskał przewagę 5 minut nad peletonem. Osłabł jednak i jedzie wolniej. Peleton jedzie 60 km na godzinę.


Do mety pozostało 20 km. Z jaką prędkością musi jechać samotny kolarz aby wygrać wyścig. Na początku przeanalizujemy wartości peletonu:

Wiem że jedzie 60 km/h i do mety jest 20 km. Mogę obliczyć ile czasu zajmie dotarcie do mety. Skorzystam tu z metody proporcji:

1 h – 60 km

X – 20 km

$$x = \frac{1\ [h]*20[km]}{60\ [km]} = \frac{1}{3}\ [h] = 20\ minut$$

Wiem już, że peleton dojedzie do mety po 20 minutach.

Kolejna informacja z zadania jest taka, że samotny kolarz ma przewagę pięciu minut. Tak więc, aby wygrać wyścig musi on pokonać odcinek 20 km w czasie 24minut 59 sekund .Znając te dane mogę obliczyć wymaganą prędkość ze wzoru:

$$v = \frac{s}{t}$$

$v = \frac{20\ km}{24min59\ s}$ prędkość samotnego kolarza wyrażę w metrach na sekundę i w kilometrach na godzinę:

20 km = 20 x 1000 m = 20000 m

24 min + 59 sekund = 24 * 60 sekund + 59 sekund = 1440 sekund + 59 sekund = 1499 sekund

$$v = \frac{20000\ m}{1499\ s} = 13{,}34\ \frac{m}{s}$$

Zamieniam $\frac{m}{s}$ na $\frac{km}{h}$:

1 s – 13,34 m

1 minuta – 800,4 m

1h – 48024 m

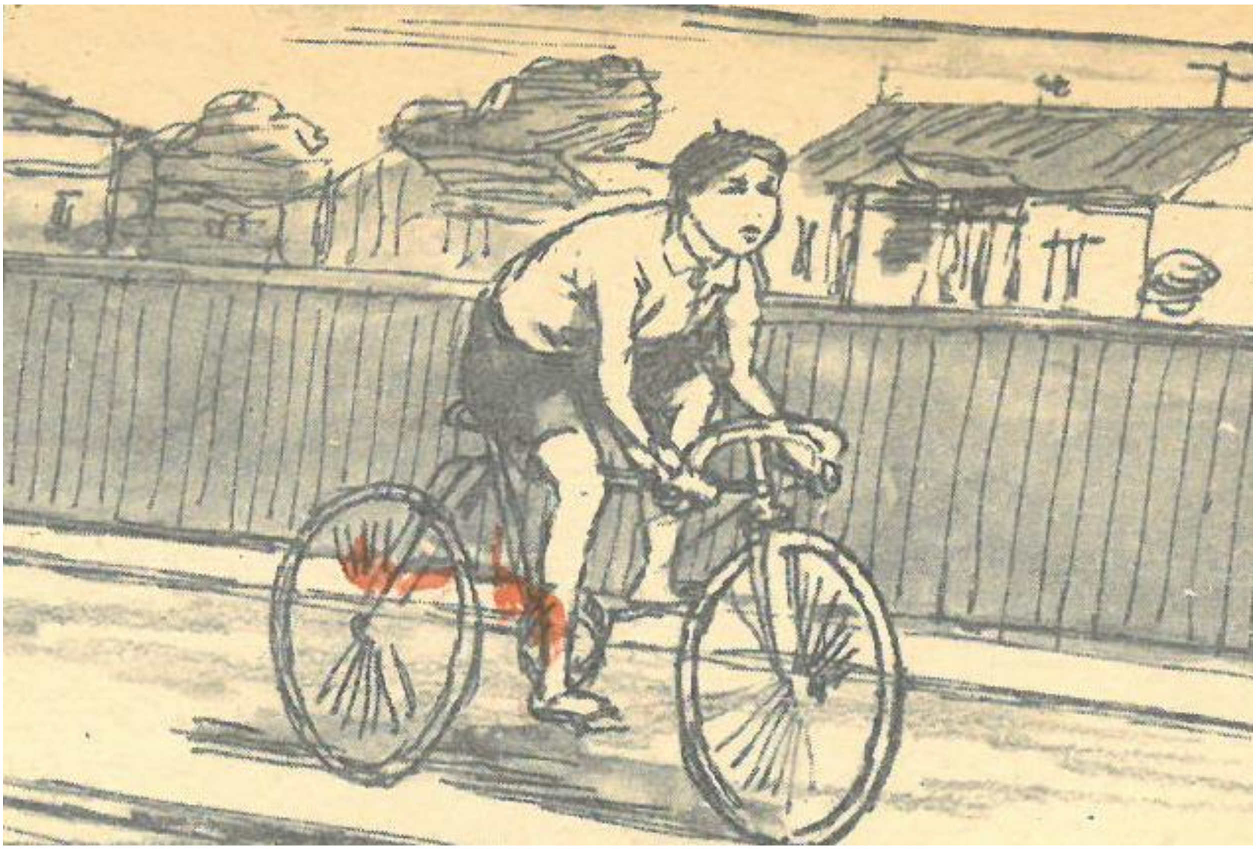
1h -48,024 km

Aby kolarz mógł unieść ręce w geście triumfu musi jechać z prędkością 48,024 $\frac{km}{h}$.

Zadanie 3

Zadanie o pewnym chłopcu, który szukał zgubionej minuty.[3]

Chłopiec do szkoły jeździł rowerem .Pewnego dnia przejechał pół drogi z prędkością że koło roweru wykonywało 2 obroty na sekundę a drugą połowę koło wykonywało 3obroty na 2 sekundy. Cała droga zajęła mu 35 minut. Chłopiec pomyślał sobie że jeżeli pół drogi jechał z prędkością 2 obrotów na sekundę a drugą z prędkością 3 obrotów na 2 sekundy to jego prędkość wynosiła 5obrotów na 3 sekundy z taką prędkością wrócił do i okazało się że droga zajęła mu 36 minut a nie 35.



Drugiego dnia połowę drogi chłopiec przejechał z prędkością 2 obrotów na sekundę a drugą połowę z prędkością 3 obrotów na sekundę i jego czas wynosił 25 minut. Chłopiec postanowił , że w drodze powrotnej będzie osiągał 5obrotów koła na 2sekundy , czyli 2,5 obrotu na sekundę. Zamiast 25 minut jechał 24 minuty.

Te dwie rozbieżności czasowe zmusiły go do obliczeń aby przekonać się gdzie jest błąd.

Na początek zmierzył długość obwodu koła i wynosiła ona 2, 25 m. Mając tą wartość mógł on obliczyć prędkość która wyraża się wzorem;

$$v = \frac{s\ [km]}{t\ [h]} =$$

Gdzie :

s – to droga wyrażona w km, m

t – czas wyrażony w h , s

Pierwszego dnia jego droga i czas do szkoły wynosiły :

s = 5 obrotów koła * 2,25 m

$$v_{pierwszegodnia} = \frac{s\ [m]}{t\ [s]} = \frac{5*2,25\ [m]}{3\ s} = \frac{11,25\ m}{3\ s} = 3,75\ \frac{m}{s}$$

Podczas1 min chłopiec przejechał 3,75 $[\frac{m}{s}] * 60\ [s]$ = 225 metrów.

Jego droga do domu trwała 36 minut więc teraz mógł określić długość drogi

s = 225 m * 36 = 8100 m

a jak było drugiego dnia:

Połowę drogi czyli 4050 m jechał z prędkością 2 obrotów na sekundę czyli jego prędkość wynosiła 4,5 $\frac{m}{s}$.

Łatwo obliczyć ile czasu zajęła mu przejechanie odcinka 4050 m :

$$t = \frac{s\ [m]}{v\ [\frac{m}{s}]} = \frac{4050\ [m]}{4,5\ [\frac{m}{s}]} = 900 \text{ sekund} = 15 \text{ minut}$$

Drugą połowę drogi jechał z prędkością 3 obrotów na 2 sekundy czyli pokonywał odcinek 3,375 m na sekundę. Powrót zabrał mu więc:

$$t = \frac{s\,[m]}{v\,[\frac{m}{s}]} = \frac{4050\,[m]}{3{,}375\,[\frac{m}{s}]} = 1200 \text{ sekund} = 20 \text{ minut}$$

Razem całą droga zajęła mu 35 minut a nie 36 , chłopiec dalej się zastanawiał gdzie podziała się minuta.

Przeanalizujmy teraz jak chłopiec obliczał przeciętną prędkość jazy:

2 obroty na 1 s
3 obroty na 2 s
----
5 obrotów na 3 s

czyli 1 obrót na $\frac{3}{5}$ sekundy.

A teraz obliczmy przeciętną prędkość inaczej. Na pierwszej połowie drogi chłopiec jechał z prędkością 2 obrotów na 1 sekundę, czyli 1 obrót na $\frac{1}{2}$ sekundy, a na drugiej połowie drogi jechał z prędkością 3 obrotów na 2 sekundy, czyli 1 obrót na $\frac{2}{3}$sekundy. Przeciętnie robił 2 obroty na $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6}$ sekundy, czyli 1 obrót na $\frac{7}{12}$ sekundy. Cała droga wynosiła 8100 m, czyli 8100 : 2,25 = 3600 obrotów koła, a ponieważ 1 obrót trwał $\frac{7}{12}$ sekundy, więc na 3600 obrotów potrzeba było 3600 • $\frac{7}{12}$ = 2100 sekund, czyli 35 minut.

A teraz wykonajmy obliczenia dla drugiego dnia. Pierwsza połowa drogi przy prędkości 2 obrotów na sekundę, tzn. 4,50 m na sekundę, zajęła 4050 : 4,50 = 900 s, czyli 15 min.

Druga połowa drogi przy prędkości 3 obrotów na sekundę, to znaczy 6,75 m na sekundę, zajęła 4050 : 6,75 = 600 s, czyli 10 min. Cała droga trwała 10 + 15 = 25 minut.

Obliczmy przeciętną prędkość jazdy naszą nową metodą.

1 obrót , na 1/2 s
<u>1 obrót na 1/3 s</u>
2 obroty na 5/6 s

czyli 1 obrót na $\frac{5}{12}$ sekundy.

Wiemy już, że cała droga wymagała 3600 obrotów koła, co przy zużyciu $\frac{5}{12}$ s na jeden obrót wymaga 1500 s czyli 25 min.

[3)]Szczepan Jeleński(1982) „LILAVATI ” Wydawnictwo Szkolne i Pedagogiczne

3. Średnia arytmetyczna, średnia harmoniczna.

Średnia arytmetyczna zbioru liczb[8] - to suma tych liczb podzielona przez ich liczbę.
Średnia arytmetyczna liczb $X_1, X_2, X_3, \ldots\ldots X_n$, wyraża się wzorem:

$$X = \frac{X1,X2,X3,\ldots\ldots Xn}{Xn}$$

Zadanie 1

Wybrałem się na dwugodzinną okrężną przejażdżkę rowerową. Przez pierwszą godzinę pedałowałem dzielnie i pokonałem 20 km, ale przez drugą godzinę mojej wycieczki trasa wiodła pod górę i przejechałem tylko 10 km. [4]

Jaka była moja średnia prędkość na całej trasie?

Zadanie jest bardzo proste wykorzystując wzór na średnią arytmetyczną obliczmy prędkość średnią :

$\mathbf{s_1 = 20\ km}$

$\mathbf{s_2 = 10\ km}$

$\mathbf{t = 2h}$

$$\mathbf{v_{śr}} = \frac{s1\,[km]+s2[km]}{t\,[h]} = \frac{20\,[km]+10[km]}{2[h]} = \frac{30[km]}{2[h]} = 15\,[\frac{km}{h}]$$

Odpowiedź: Jechałem piętnaście kilometrów na godzinę.

4) https://mlodytechnik.pl/eksperymenty-i-zadania-szkolne/matematyka/30856-matematyka-i-rower

Zadanie 2

Następnego dnia wybrałem się na przejażdżkę po tym samym lesie, ale z wybranym punktem docelowym. Chciałem dojechać do pewnej znanej mi ładnej polany. Było do niej 20 kilometrów. Jak poprzednio, w tamtą stronę udało mi się utrzymać prędkość 20 km/h, ale zmęczyłem się tak, że w drodze powrotnej moja średnia spadła do 10 km/h. Jaka była moja prędkość na całej trasie?

Zadanie na pierwszy rzut oka wydaje się takie same jak powyżej i na pierwszy rzut oka odpowiedz wydaje się taka sama jak w zadaniu pierwszym czyli 15 km / h.

Jednak jeżeli dokładnie przeczytamy to zadanie to stwierdzimy że nasza podróż nie trwała dwie godziny tylko trzy godziny (godzinę w jedną i dwie z powrotem). Przejechałem 40 kilometrów. To znaczy, że średnia prędkość wyniosła:

s_1 = 20 km

s_2 = 20 km

t = 3h

$$v_{śr} = \frac{s1\,[km]+s2[km]}{t\,[h]} = \frac{20\,[km]+20[km]}{3h} = \frac{40km}{3h} = 13\frac{1}{3}\ \frac{km}{h}$$, a nie $15\ \frac{km}{h}$.

Matematycznie ujmuje się to tak: w tej sytuacji średnia prędkość nie jest średnią arytmetyczną, tylko średnią harmoniczną prędkości składowych.

Średnia harmoniczna jest to odwrotność średniej arytmetycznej odwrotności Zapiszmy to wzorem:

$$H\,(a\,,b) = \frac{1}{\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}{2}}$$

Wygląda to mało zachęcająco, ale ułamki piętrowe nie są przecież tak straszne, po przekształceniu otrzymujemy następujący wzór:

$$H\,(a\,,b) = \frac{1}{\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}{2}} = \frac{2ab}{a+b}$$

Zgadza się: gdy a=20, b=10, otrzymujemy

$$H(a,b) = \frac{1}{\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}{2}} = \frac{2ab}{a+b} = \frac{2*20*10}{20+10} = \frac{400}{30} = 13\frac{1}{3}$$

4. Pod górkę czyli nachylenie terenu

Jak wspomniałem we wstępie, jazda na rowerze sprawia frajdę, szczególnie w sytuacji gdy uda nam się minąć jadącego po drodze innego rowerzystę. Jednak czasami zwłaszcza, gdy jedzie się pod górkę, widzimy nieraz na twarzy rowerzystów, że wcale nie jest im do śmiechu, a tym bardziej, gdy na przemierzanej drodze napotkamy na takie jak poniżej znaki:

Zdjęcia te pochodzą z odcinka drogi z miejscowości Wilczkowice do miejscowości Kozierów (Gmina Michałowice), którą czasami zdarza mi się jeździć.

Odcinek ten w rzeczywistości ma długości 2,9 km, ale na tym krótkim dystansie zmieniam wysokość z 248 m.n.pm do 355 m.n.p m czyli o 107 m .

Znaki te informują nas o stromym podjeździe, który będzie przed nami. Jest to nic innego jak nachylenie terenu pokazane w procentach .

Co to jest nachylenie terenu?

Nachylenie terenu to stosunek różnicy wysokości między punktami do odległości miedzy nimi mierzonej w poziomie.

Nachylenie terenu najczęściej podajemy, korzystając ze wzoru: ,

$$n = \frac{h_{max} - h_{min}}{d\ [m]}$$, gdzie:

h - to zmiana wysokości trasy

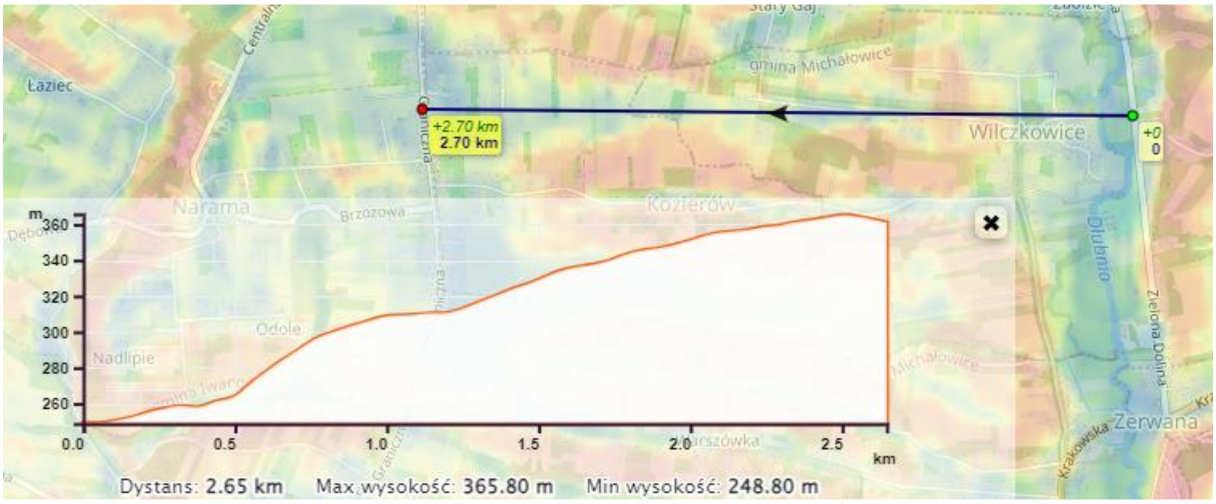
d - to odległość (poziomą), jaką w tym czasie się pokonuje.

Jeżeli chcemy wynik podać w procentach to korzystamy ze wzoru

$$n = \frac{h_{max} - h_{min}}{d\ [m]} *100\%$$

Aby obliczyć nachylenie pokonanego prze ze mnie odcinka s korzystamy z wirtualnej mapy internetowej.

Dane do naszego wzoru bierzemy z mapy https://mapa.wirtualneszlaki.pl/ [5]



[5] https://mapa.wirtualneszlaki.pl/

Odczytuję z niej :

h_{max} =355,80 m n.p.m.
h_{min} = 248,80 m n.p.m.
h_{max} - h_{min} = 355,80 m n.p.m. – 248,80 m n.p.m. = 107 m

d = 2,70km = 270 m .

Mamy już wszystkie dane aby obliczyć nachylenie terenu :

$$n = \frac{292\ [\mathrm{m}]}{2700\ [m]} * 100\% = 10{,}81\ \%$$

Nachylenie mojej trasy wynosi 10,81%.

Słowniczek:

Układ równań – koniunkcja pewnej liczby równań; liczba ta może być nieskończona.

Rozwiązaniem układu równań jest każde przyporządkowanie wartości niewiadomym, które spełniają każde z równań składowych. Innymi słowy rozwiązaniem układu równań jest część wspólna zbiorów rozwiązań wszystkich tych równań [6]

Układ współrzędnych – uporządkowany układ kilku osi liczbowych (układem współrzędnych nazywa się też nawet jedną oś liczbową) przecinających się w ich punkcie zerowym. Układ współrzędnych służy do określania położenia punktów w przestrzeni (na płaszczyźnie , na prostej) przez przyporządkowanie każdemu punktowi przestrzeni (płaszczyzny, prostej) układu liczb zwanego współrzędnymi punktu.[7]

Proporcja – równość , którą można zapisać w postaci $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ lub a:b = c:d, co oznacz , że stosunek liczby a do liczy b jest równy stosunkowi liczby c do d (czasami mówi się , że a ma się do b tak, jak c do d).Liczy a i d nazywamy wyrazami skrajnymi, a liczby b i c – wyrazami środkowymi proporcji(co wynika z następującego zapisu proporcji a:b = c:d. W proporcji iloczyn wyrazów skrajnych jest równy iloczynowi wyrazów środkowych.[7]

Bibliografia:

1. Joaquin Navarro (RBA , 2010) „ Tajemnice Liczby π”

2. https://pistacja.tv/

3. Szczepan Jeleński(1982) „LILAVATI ” Wydawnictwo Szkolne i Pedagogiczne

4. https://mlodytechnik.pl/eksperymenty-i-zadania-szkolne/matematyka/30856-matematyka-i-rower

5. https://mapa.wirtualneszlaki.pl/

6. Kłaczkow, Kurczab, Świda (Warszawa, 2002) „Matematyka – podręcznik do liceów i techników. Klasa I – zakres podstawowy i rozszerzony", Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro

7. Głuch Wojciech (red.), (Wrocław, 2003) „Słownik matematyczny", EUROPA