

Szkoła Podstawowa Zakonu Pijarów
im. ks. St. Konarskiego
ul. Dzielskiego 1
31 – 465 Kraków

Systemy liczbowe i ich przeliczanie z wykorzystaniem programu komputerowego

Karol Anioł
klasa 6a

Kraków 2023

Spis treści

Wstęp.....	3
Systemy liczbowe.....	3
System jedynekowy.....	3
Systemy addytywne.....	3
Systemy pozycyjne.....	3
System binarny.....	4
System ósemkowy.....	4
System dziesiętny.....	4
System szesnastkowy.....	4
System sześćdziesiątkowy.....	5
Przeliczanie systemów.....	5
System dziesiętny na binarny.....	5
System binarny na dziesiętny.....	5
System dziesiętny na ósemkowy.....	6
System ósemkowy na dziesiętny.....	6
System dziesiętny na szesnastkowy.....	6
System szesnastkowy na system dziesiętny.....	6
Dlaczego komputer wykorzystuje system binarny?.....	6
Program napisany w scratchu.....	7
Ekran startowy programu.....	7
Przykładowy kod przeliczenia.....	8
Komunikat z wynikiem.....	8

Wstęp

W swojej pracy zaprezentowałem różne systemy liczbowe - w szczególności system binarny wykorzystywany przez komputer.

Zawarłem tutaj również opis wykorzystywanych dzisiaj systemów liczbowych z praktycznym ich zastosowaniem.

Jako że interesuję się również programowaniem zwróciłem tutaj szczególną uwagę na system binarny, inaczej zwany dwójkowym wykorzystywanym w systemach komputerowych.

Również z okazji pisania tej pracy wymyśliłem specjalny program napisany w programie Scratch, dotyczący on przeliczania różnych systemów liczbowych.

Systemy liczbowe

Ludzie przez wiele tysięcy lat wykształcili wiele systemów liczbowych.

System liczbowy to zbiór reguł jednolitego zapisu i nazewnictwa liczb. Do zapisywania liczb używa się skończonego zbioru znaków, zwanych cyframi, które można łączyć w dowolnie długie ciągi, otrzymując nieskończoną liczbę kombinacji.

System jedynekowy

1. Składa się z jednego znaku np. 1 lub pionowej kreski.
2. Przykładowy zapis takiej liczby to ||||| oznacza on 21 w systemie dziesiętnym.
3. Używany w prehistorii. Korzystali z niego pradawni ludzie, którzy wydrapywali kreski na różnych przedmiotach np. kościach. Mogły one oznaczać np. ilość upolowanych zwierząt, jedna kreska to jedno upolowane zwierzę.
4. Obecnie tego systemu używają pigmeje.

Systemy addytywne

1. Rozwinięciem systemu jedynekowego jest zapis gdzie np.: cztery kreski przekreślamy piątą. System taki nazywamy systemem addytywnym.
Przykładowy zapis takiej liczby to |||| |||| |||| |||| | oznacza on 21 w systemie dziesiętnym.
2. Obecnie system addytywny jest wykorzystywany w zapisie wieków za pomocą znaków rzymskich: I – 1, V – 5, X – 10, L – 50, C – 100, D – 500, M – 1000.
Przykładowy zapis takiej liczby to CCXXXIV oznacza on 234 w systemie dziesiętnym.

Systemy pozycyjne

1. System pozycyjny to współcześnie używana metoda zapisywania liczb. Pozycji danej cyfry w ciągu, oznacza wielokrotność potęgi liczby uznawanej za podstawę danego systemu.
2. Dla systemu dziesiętnego ta baza to liczba 10.

3. Dla systemu dziesiętnego zapis liczby 234 wynika z przeliczenia działania $2*10^2+3*10^1+4*10^0= 234$.

System binarny

1. System binarny składa się z dwóch cyfr 0 i 1.
2. Przykładowy zapis liczby to 10101 rozpisanie tej liczby to $1 * 2^4 + 0 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 = 16 + 0 + 2 + 0 + 1 = 21$ w systemie dziesiętnym.
3. Używał go już John Napier w XVI wieku, przy czym 0 i 1 zapisywał jako a i b. Rozpowszechnił go Gottfried Wilhelm Leibniz w 1703. Wtedy napisał artykuł Explication de l'Arithmétique Binaire, w którym analizuje możliwości tego systemu i pokazuje jak wykonać podstawowe operacje arytmetyczne.
4. Jest używany w matematyce, informatyce oraz elektronice ponieważ za pomocą dwóch cyfr najłatwiej oddać stan włączony/wyłączony, który występuje w tych dziedzinach.

System ósemkowy

1. Do zapisu tego systemu używa się cyfr od 0 do 7. Przykładowo liczba ósemkowa 25 czyli w rozpisaniu $2 * 8^1 + 5 * 8^0$ oznacza 21 w systemie dziesiętnym.
2. Głównie możemy go zauważyć między innymi podczas przypisywania uprawnień do pliku lub katalogu w systemie operacyjnym Linux oraz w językach programowania.

System dziesiętny

1. Zawiera cyfry od 0 do 9.
2. Pochodzi z Indii, do Europy dotarł za pośrednictwem Arabów z tego wynika też nazwa: cyfry arabskie.
3. Używamy go w codziennym życiu ponieważ był on najłatwiejszy do wykształcenia przez ludzi, gdyż posiadamy 10 palców.

System szesnastkowy

1. System szesnastkowy składa się z cyfr od 0 do 9 i liter: A, B, C, D, E, F przykładowy zapis liczby szesnastkowej to 4B po rozpisaniu wyjdzie nam coś takiego: $4 * 16^1 + 11 * 16^0$ który oznacza 75 w systemie dziesiętnym.
2. Stosujemy:
 - w internecie do adresacji adresów IP w wersji 6 np.:3ffe:0902:0012:0000:0000:0000:0000/48.
 - w elektronice gdzie wiele parametrów układów elektronicznych np.. kategorie urządzeń PCI podaje się w tym systemie.
 - w adresach fizycznych komputera nazywanych adresami MAC np.: 28-80-23-D6-BE-14 i służy do odnajdywania hostów czyli komputerów w sieciach.
 - w prezentacji kolorów w składni HTML lub w programach graficznych w trybie RGB, np.: #FFFFFF oznacza kolor biały.

System sześćdziesiątkowy

1. System sześćdziesiątkowy składa się z cyfr i liczb od 1 do 59, od III w. w matematyce zastosowano zero, które potem dodano do tego systemu.
2. Został wymyślony przez Sumerów i używany głównie w Mezopotamii, również potem w Babilonii.
3. Obecnie układ sześćdziesiątkowy jest używany w związku z jednostkami czasu. Godzina ma sześćdziesiąt minut, a minuta sześćdziesiąt sekund. Również ten system spotyka się przy podawaniu miar kątowych. Cechą systemu sześćdziesięciowego jest to, że ma dużą podzielność, gdyż jest podzielny przez: 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60. Jest to zaletą ponieważ np. autobus kursuje o 7.00 7.20 7.40 itd. w dziesiętnym zapisalibyśmy to 7,0 7,333333...

Przeliczanie systemów

System dziesiętny na binarny

1. Jeśli chcemy przeliczyć liczbę w systemie dziesiętnym na liczbę w systemie binarnym musimy postępować zgodnie z poniższymi krokami:

$$\begin{array}{r} 11| \\ | \\ | \\ | \end{array}$$

2. następnie dzielimy liczbę dziesiętną przez 2 i wynik zapisujemy na dole resztę zaś obok tej liczby

$$\begin{array}{r} 11|1 \\ 5| \\ | \end{array}$$

3. w kolejnych krokach postępujemy podobnie, na samym końcu otrzymujemy wynik:

$$\begin{array}{r} 11|1 \\ 5|1 \\ 2|0 \\ 1|1 \end{array}$$

4. Wszystkie cyfry, które zapisaliśmy jako reszta z dzielenia to liczba w systemie dwójkowym czytana od dołu. Oznacza to więc, że $11 = 1011$

System binarny na dziesiętny

1. Jeśli jednak chcemy przeliczyć liczbę binarną na liczbę w systemie dziesiętnym, to każdą z cyfr liczby dwójkowej podnosimy do kolejnej potęgi cyfry 2 i mnożymy otrzymany wynik przez 0 lub 1.
2. Wielkość potęgi określa długość liczby np. dla 10101 wynosi ona 5, największą potęgą będzie 4 następnie 3, potem 2, 1, 0.
3. W naszym przypadku przeliczenie wygląda tak: $1 * 2^4 + 0 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 = 16 + 0 + 4 + 0 + 1 = 21$

System dziesiętny na ósemkowy

1. Przeliczanie systemu ósemkowego działa na podobnej zasadzie, tym razem dzielimy liczbę przez 8, przeliczenie wygląda tak:

$$\begin{array}{r} 21|5 \\ 2|2 \end{array}$$

2. oznacza to, że liczba 21 to 25 w systemie ósemkowym.

System ósemkowy na dziesiętny

1. Jeśli chcemy zamienić system ósemkowy na system dziesiętny musimy zrobić podobnie jak w przypadku systemu binarnego. Przeliczenie wygląda tak:
2. $2 * 8^1 + 5 * 8^0 = 21 \rightarrow 21$ w systemie dziesiętnym to 25 w systemie ósemkowym.

System dziesiętny na szesnastkowy

1. Przeliczanie systemu szesnastkowego wygląda inaczej ponieważ w skład tego systemu wchodzi również litery: A, B, C, D, E, F. Każda z liter zastępuje inną cyfrę ponieważ dzieląc liczbę dziesiętną przez 16 reszty nie zapiszemy jako np. 15. Więc litera A zastępuje 10, B=11, C=12, D=13, E=14, F=15. Przeliczenie wygląda tak:

$$\begin{array}{r} 75|B \\ 4|4 \end{array}$$

2. 75 w systemie dziesiętnym to 4B w systemie szesnastkowym.

System szesnastkowy na system dziesiętny

1. Jeśli chcemy przeliczyć liczbę z systemu szesnastkowego na dziesiętny odczytujemy zapis liczby w systemie szesnastkowym i tak jak poprzednio podnosimy kolejne znaki do potęg. Wszystkie litery zamieniamy na liczby, które zastępują.

$$4 * 16^1 + 11 * 16^0 = 75$$

2. 4B w systemie szesnastkowym to 75 w systemie dziesiętnym.

Dlaczego komputer wykorzystuje system binarny?

1. Komputer używa system binarny głównie przez wzgląd na jego prostotę. Kiedy w systemie dziesiętnym używamy dziesięciu cyfr to w binarnym używamy tylko 2.
2. Te dwie cyfry odpowiadają za dwa sygnały: 0 oznacza brak sygnału, a 1 istnienie sygnału, np.:
 - 0 – brak dołka w płycie CD/DVD, a 1- że takowy dołek jest,
 - 0 - brak błysku światła w światłowodzie, a 1 że taki błysk jest.
3. Jeśli chcielibyśmy, aby komputer wykorzystywał system dziesiętny musielibyśmy znaleźć dziesięć różnych sygnałów.
4. System binarny jest również bardzo odporny na wszelakie zakłócenia. Odległość między dwoma sygnałami w systemie dwójkowym jest większa niż odległość między dwoma sygnałami systemu dziesiętnego. Dlatego też każde zakłócenie spowoduje w systemie

dziesiętnym łatwiejsze niekontrolowane przejście z jednego stanu na drugi niż w systemie dwójkowym.

5. Kolejnym powodem jest prostota arytmetyki dwójkowej. Kiedy dodajemy, w praktyce uwzględniamy tylko jedną regułę arytmetyczną: $1+1$, bowiem inna reguła $1+0$ niczego nie zmienia. Np: dodawanie wygląda tak

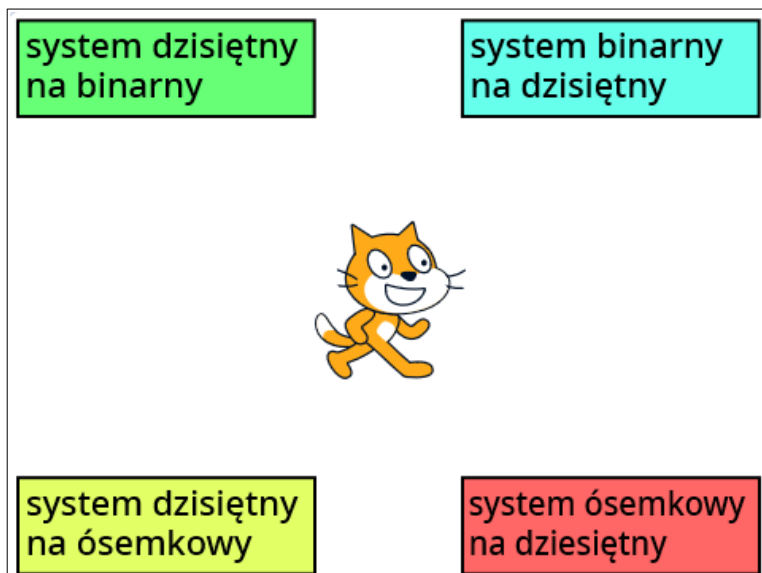
$$\begin{array}{r} 101 \quad (5) \\ +110 \quad (6) \\ \hline 1011 \quad (11) \end{array}$$

6. Ponieważ zaczynamy dodawać od lewej i $1+1$ zawsze da 10, $0+0$ da 0, $1+0$ i $0+1$ da 1.
7. Należy dodać również, że w informatyce jedną z kluczowych informacji są operacje logiczne: prawda i fałsz. System binarny nadaje się do tego idealnie ponieważ nadaje im wartość 1 i 0.

Program napisany w scratchu

1. Specjalnie na okazję pisania tej pracy napisałem program do przeliczania systemów.
2. Przelicza on system dwójkowy na dziesiętny i dziesiętny na dwójkowy oraz system ósemkowy na dziesiętny i dziesiętny na ósemkowy.
3. Adres programu: <https://scratch.mit.edu/projects/775062324/>

Ekran startowy programu



Przykładowy kod przeliczenia

```
kiedy otrzymam dziesiętny->binarny
cleanEverything
zapytaj Podaj liczbę dziesiętną i czekaj
ustaw liczbaDziesiętna na odpowiedź
dodaj liczbaDziesiętna do dzielne
powtarzaj aż liczbaDziesiętna = 1
czekaj 0.2 sekund
dodaj reszta z dzielenia liczbaDziesiętna przez 2 do liczbaBinarna
ustaw liczbaDziesiętna na podłoga z liczbaDziesiętna / 2
dodaj liczbaDziesiętna do dzielne
dodaj reszta z dzielenia liczbaDziesiętna przez 2 do liczbaBinarna
ustaw i na długość liczbaBinarna
ustaw liczbaBinarna na element i z liczbaBinarna
powtórz długość liczbaBinarna razy
czekaj 0.2 sekund
zmień i o -1
ustaw liczbaBinarna na połącz liczbaBinarna i element i z liczbaBinarna
powiedz połącz Liczba dziesiętna i połącz element 1 z dzielne i połącz to liczba i połącz liczbaBinarna i w systemie dwójkowym przez 10 sekund
```

Komunikat z wynikiem

