

Jak liczą kosmici?

Wojciech Pasieczny i Michał Bartman

Kategoria: szkoły podstawowe kl. 4-6

Szkoła Podstawowa Zakonu Pijarów
ul. Dzielskiego 1
31-465 Kraków

Telefon: 12 413 66 44
e-mail: sekretariat.sp@pijarzy.pl

1. WSTĘP

Jesteśmy uczniami klasy 5 Szkoły Podstawowej Zakonu Pijarów. O zagadnieniach dotyczących różnych niedziesiętnych systemów liczbowych rozmawialiśmy tylko na kółku matematycznym w 4 klasie, podczas nauki zdalnej. Ten temat spodobał nam się do tego stopnia, że gdy mi się nudziło, czasami rozpisywałem na kilka kartek liczby w różnych systemach i tworzyłem szyfry na podstawie różnych systemów liczbowych. Kiedyś nawet próbowałem z pomocą trochę starszych ode mnie osób znających się na programowaniu stworzyć mały programik do tworzenia takich szyfrów i odczytywania ich. Programu nie skończyliśmy, ale dobrze się przy tym bawiłem i nauczyłem się nowych rzeczy. A teraz bez zbędnego przedłużania, przechodzimy do tematu.

2. SYSTEM DZIESIĘTNY POZYCYJNY.

My ludzie liczymy w systemie dziesiętnym pozycyjnym. Dziesiętny dla tego, że korzystamy z 10 cyfr, a pozycyjny - ponieważ przykładowa liczba 17 ma na jednej stałej pozycji 1 (jako dziesiątka), i 7 (jako jedność). Teraz jako przykład weźmy liczbę 2597. Dwójka na początku oznacza tysiące, ponieważ jest w rzędzie tysięcy. Dalej 5 jest w rzędzie setek, więc mamy na razie 2500, albo raczej 25--, ponieważ 0 też jest cyfrą, którą można by było tam wstawić, gdyby na pozycji jedności i dziesiątek było właśnie 0. Następnie na pozycji dziesiątek mamy 9, więc nasza liczba teraz będzie wynosić 259-. Na koniec w jednościach mamy 7, więc pozycja jedności jest zajęta przez właśnie tą cyfrę. Poniżej wstawiony jest rysunek.

-  - Tysiące
-  - Setki
-  - Dziesiątki
-  - Jedności



W 2 klasie poznaliśmy system rzymski. Ten system nie jest systemem pozycyjnym, ponieważ wartość liczb nie jest związana z pozycją cyfr.

3. SYSTEM SZÓSTKOWY

Jak powszechnie wiadomo, kosmici mają po trzy palce na każdej ręce, więc gdy ucą się liczyć, liczą do 5 i po 5 mają od razu 10. To znaczy, że omijają cyfry 6, 7, 8 i 9, bo ich po prostu nie znają. Dla nich liczba 97 w systemie dziesiętnym pozycyjnym (tym naszym) jest zapisana jako 241, a 241 w naszym systemie to dla nich 1041. U kosmitów po prostu nie istnieją takie cyfry jak 6, 7, 8, 9.

- **Jak przekonwertować liczby z systemu dziesiętnego pozycyjnego na system szóstkowy i na odwrót.**

Pozycje w systemie szóstkowym nie są dziesiątkami czy setkami tylko mamy jedności (1), szóstki (6), trzydziestki szóstki (36), dwieście szesnastki (216) i tak dalej. Aby obliczyć dalsze pozycje w tym systemie, trzeba pomnożyć poprzednią pozycję razy 6. Poniżej przykład:

Pozycja – P

Numer pozycji (pozycja zerowa, pierwsza, druga, trzecia, czwarta i tak dalej) – 1, 2, 3 itd.

$$P_0 = 1$$

$$P_1 = P_0 \times 6 = 6 \times 1$$

$$P_2 = P_1 \times 6 = 36 = 6 \times 6$$

$$P_3 = P_2 \times 6 = 216 = 36 \times 6$$

$$P_4 = P_3 \times 6 = 1296 = 216 \times 6$$

$$P_5 = P_4 \times 6 = 7776 = 1296 \times 6$$

Pierwszy krok do przekonwertowania liczb z systemu szóstkowego na system dziesiętny pozycyjny, to zapisanie liczby do przekonwertowania.

Teraz, żeby nic się nie pomyliło, piszemy, że jest to system szóstkowy tak jak poniżej.

$$24_{(6)}$$

Następnie piszemy znak równości i liczymy, że na pozycji szóstek (pozycja 1) mamy cyfrę 2, którą mnożymy razy 6, ponieważ jest to system szóstkowy. Wracamy do cyfry 2. Skoro szóstki to pozycja 1, to 6 podnosimy do potęgi pierwszej.

$$24_{(6)} = 2 \times 6^1$$

Dalej piszemy znak dodawania i robimy to samo z cyfrą 4 z pozycji zerowej.

$$24_{(6)} = 2 \times 6^1 + 4 \times 6^0$$

Na koniec piszemy w jakim systemie mamy obliczenia (system dziesiętny) i znak równości, a potem obliczamy ile jest $2 \times 6^1 + 4 \times 6^0$.

$$24_{(6)} = 2 \times 6^1 + 4 \times 6^0_{(10)} = 12 + 4 = 16_{(10)}$$

- **Konwersja liczb z systemu dziesiętnego na system szóstkowy.**

Zaczynamy od zapisania liczby, którą chcemy zamienić.

$$27_{(10)}$$

Teraz sprawdzamy ile szóstek (Pozycja 1) mieści się w liczbie 27. Mieszczą się tam cztery szóstki więc w pozycji szóstek piszemy 4. Dalej liczymy, że 6×4 to 24, więc obliczamy różnicę między 27 a 24 za pomocą odejmowania. Wychodzi nam trzy.

Skoro w trójce nie mieści się żadna szóstka, to musimy jeszcze sprawdzić, ile jedności mieści się w tej liczbie. Jedności mieszczą się 3, więc przy jednościach mamy napisana trójkę. Poniżej rysunek:

36	6	1
0	4	3

4. System binarny (dwójkowy).

W systemie binarnym mamy tylko dwie cyfry – 0 i 1, czyli po 0 mamy 1, potem 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111, 10000, 10001 itd. Pozycje w systemie binarnym to jedności, dwójki, czwórki, ósemki, szesnastki, trzydziestki dwójki i sześćdziesiątki czwórki. Ciekawostka: Gdy będziemy zapisywać liczby w tym systemie z góry do dołu, powstanie coś jakby wieża, która gdy będziemy dalej pisać liczby będzie cały czas zachowywała swój kształt, tylko będą dochodzić kolejne piętra. Poniżej taki rysunek:

0000000

0000001

0000010

0000011

0000100

0000101

0000110

0000111

0001000

0001001

0001010

0001011

0001100

0001101

0001110

0001111

0010000

0010001

0010010

0010011

Jak widać wyżej, z czarnych liter wyszła nam wieża. Ja nazywam ją czasami nieskończoną wieżą dlatego, że można pisać te liczby w nieskończoność. Przy okazji możemy zobaczyć na takiej wieży, że w rzędzie cyfr w pozycji zerowej wartości zmieniają się po kolei co jedną linijkę. Od góry do dołu mamy napisane: 01010101010101010101010101010101 i tak dalej. Za to na pierwszej pozycji cyfry zmieniają się tak samo, tylko co 2 linijki a nie co jedną. A więc na tej pozycji będzie napisane 0011001100110011 i tak dalej. Na kolejnej pozycji

5. System Heksadecymalny (szesnastkowy)

Następnym systemem jest system heksadecymalny. Jego nazwa wywodzi się z języka greckiego (hexi - sześć, deka - dziesięć). System heksadecymalny służy do zapisywania danych na komputerach, aby pliki były mniejsze. Przykładowo liczba $3590281_{(10)}$ jest zapisana w systemie heksadecymalnym jako 36C889. Jak widać, liczba jest krótsza w tym systemie. Ale o co chodzi z tym C. Już tłumaczę. Skoro w systemie szóstkowym mamy sześć cyfr a w systemie binarnym mamy dwie cyfry, to w systemie heksadecymalnym mamy ich szesnaście. Tylko że ludzie nie wymyślili aż tylu cyfr, więc po dziewięciu mamy A, B, C, D, E i F. Mogli wymyślić na przykład 4, ⊕, ∞, ✖, 7, 8 ale po co, skoro można zastąpić je wielkimi literami. Pozycje w tym systemie są potęgami szesnastki, czyli 1, 16, 256, 4096 itd. Litery odpowiadają różnym wartościom. Na przykład $A_{(16)}$ jest równe $10_{(10)}$, lub $E_{(16)}$ jest równe $14_{(10)}$. Poniżej rysunek:

0	(10)	0	(16)
1	(10)	1	(16)
2	(10)	2	(16)
3	(10)	3	(16)
4	(10)	4	(16)
5	(10)	5	(16)
6	(10)	6	(16)
7	(10)	7	(16)
8	(10)	8	(16)
9	(10)	9	(16)
10	(10)	A	(16)
11	(10)	B	(16)
12	(10)	C	(16)
13	(10)	D	(16)
14	(10)	E	(16)
15	(10)	F	(16)

- **Zamiana liczb z systemu heksadecymalnego na liczby w systemie dziesiętnym.**

Na początek weźmy liczbę $23F_{(16)}$. Zamieniamy tą liczbę tak samo jak w poprzednich systemach, pamiętając, że $F_{(16)}=15_{(10)}$. Poniżej przykłady.

$$23F_{(16)}=2 \times 16^2 + 3 \times 16^1 + 15 \times 16^0 = 512 + 48 + 15 = 575$$

$$64ECA56_{(16)}=6 \times 16^6 + 4 \times 16^5 + 14 \times 16^4 + 12 \times 16^3 + 10 \times 16^2 + 5 \times 16^1 + 6 \times 16^0 = 100663296 + 4194304 + 917504 + 49152 + 2560 + 80 + 6 = 105826902$$

6. Podsumowanie

Te wszystkie systemy liczbowe można spotkać w informatyce (przechowywanie danych, obliczanie), w szkole, i w szkole dla kosmitów :) Czasami przydają się też w życiu codziennym lub dla zabawy; można robić szyfry i kody. My nauczyliśmy się bardzo dużo na temat niedziesiętnych systemów liczbowych podczas tego konkursu i polecamy go innym.

Podczas pisania pracy korzystaliśmy z własnych notatek robionych na kółku matematycznym i z portalu [pistacja](#).

Opinia opiekuna

Temat pracy wybrany samodzielnie przez uczniów. Uczniowie uczęszczają na kółko matematyczne, systematycznie podejmują się rozwiązywania ciekawych i trudniejszych zadań. Na zajęciach lekcyjnych są bardzo aktywni.

Praca pisana samodzielnie, w czasie pisania uczniowie korzystali z konsultacji pogłębiając wybrane zagadnienia.

W czasie pracy korzystali z własnych notatek robionych na kółku matematycznym oraz z portalu PISTACJA.

Opiekun:

.....

mgr Sławomir Dziadkiewicz