

Szkoła Podstawowa Zakonu Pijarów

im. ks. St. Konarskiego

ul. Dzielskiego 1

31 – 465 Kraków



Lena Stryjska

Klasa 4a

Kraków 2021

Spis treści

1. Wstęp
2. Definicja: parkietaż, mozaika
 - 2.1. Historia użycia wzorów geometrycznych
 - 2.2 Początki badań nad parkietażem
3. Rodzaje parkietaży
4. Parkietaże w sztuce
5. Przykłady parkietażu w architekturze
6. Parkietaże w przyrodzie
7. Figury, które mogą być użyte do tworzenia parkietażu
8. Jak wykonać parkietaż?
9. Tessellacje origami
10. Matematyka rekreacyjna
11. Parkietaże wokół nas

1. Wstęp

Praca zatytułowana "Pakietaż" ma na celu przybliżenie zagadnienia polegającego na pokrywaniu płaszczyzny wielokątami przylegającymi i nie zachodzącymi na siebie. W niniejszej pracy przedstawione zostały także przykłady wypełniania powierzchni innymi niż wielokąty figurami.

Zacznijmy od przedstawienia definicji słowa parkietaż (kafelowanie, tesselacja)

2. Definicje

Parkietaże (tesselacje) - są powtarzającym się obrazem złożonym z wielokątów foremnych wypełniającym całą dostępną powierzchnię. Parkietaż kwalifikowany jest jako rodzaj mozaiki, czyli sztuki pokrywania płaszczyzny (zwykle podłogowej) płytkami o kształtach przystających wielokątów. Wielokąty układają się koło siebie, mając wszystkie boki wspólne z sąsiednimi figurami. Wyróżniamy różne rodzaje parkietaży – co będzie szczegółowo omówione w rozdziale 3.

Mozaika to powtarzający się motyw (wzór) złożony z figur, których boki nie muszą sąsiadować z innymi figurami. Mozaiki nie muszą pokrywać całej powierzchni, do tworzenia mozaik można używać dowolnych figur, niekoniecznie wielokątów foremnych.

Z tego wynika że każdy parkietaż jest mozaiką, ale nie każda mozaika jest parkietażem.

2.1 Historia użycia wzorów geometrycznych.

Od dawna ludzie byli zafascynowani regularnością formy jaką są wielokąty foremne. Znalazło to swoje odbicie w różnego typu ornamentach, witrażach, mozaikach, posadzkach tworzonych na przestrzeni wieków i na wszystkich kontynentach. [1]

Wzory geometryczne, tworzyły ludy od zamierzchłych czasów aż po dzień dzisiejszy i systematycznie je stosowały jako emblematy, symbole i wzorce dekoracyjne, żeby wspomnieć

petroglif geometryczny z jaskini Blombos (Republika Południowej Afryki) sprzed 73 000 lat lub malowana jaskinia Cueva Pintada na Wyspach Kanaryjskich (Hiszpania) [32]



[16]

Sumerowie - starożytny lud nieznanego pochodzenia, który pod koniec IV tysiąclecia p.n.e. stworzył wysoko rozwiniętą cywilizację w południowej **Mezopotamii** – Sumer, używali parkietażu do dekoracji ściennych. W jednym z głównych miast sumeryjskich, **Uruk**, odkryto świątynię ozdobioną dekoracją, wykonaną z czerwonych, białych i czarnych kamyków w kształcie stożków, osadzonych w gipsie. Tysiące glinianych, wypalonych stożków pokrywały mury i kolumny tzw. Dziedzińca Mozaikowego.



Mozaika świątyni ze starożytnego sumeryjskiego miasta Uruk IV (3400–3100 pne), przedstawiająca wzór tesselacji na kolorowych kafelkach Parkietaż [23]

Zdobienie posadzek "obrazami" wykonanymi z kamieni, ceramiki było bardzo popularne w **kręgu kultury greckiej**, a następnie **rzymskiej**. Przykłady posadzek otoczkowych z VIII w. p.n.e., zdobionych prostym wzorem, pochodzą z **Altintepe we wschodniej Anatolii**, oraz z **Arslan-**

Tash i Til-Barsip- asyryjskich pałaców. Na obszarze Grecji, najstarsze posadzki wykonane z otoczków, dekorowane prostym wzorem, odkryto w **Olimpii, Olincie, Atenach, Assos i Motya**. Są one datowane na późny V i IV w. p.n.e. Rzymianie stosowali wzory geometryczne w mozaikach, które osiągają największą świetność w Wenecji przed epoką renesansu.

Jedne z najciekawszych przykładów techniki tesselacji można znaleźć w sztuce i architekturze islamu. Oprócz architektury, geometryczne wzory i płytki były również wykorzystywane w sztuce dekoracyjnej, np. w tekstyliach i ceramice. Te projekty są często nazywane „zillij” lub „zellige”, co jest sztuką opartą na „nauce, dyscyplinie i wierze”. Ślady tesselacji zillij można nadal znaleźć w Maroku i Algierii, na ścianach i podłogach domów, meczetów, publicznych fontann, grobowców itp. [11]

Przykład tesselacji Tawriq, wzoru typu liść Zillij, w Alhambra w Hiszpanii



[9]

2.2 Początki badań nad parkietażem

Chociaż tesselacje sięgają starożytnych kultur mają one stosunkowo krótką historię jako temat do poważnych badań matematycznych i naukowych. W 1619 roku Johannes Kepler dokonał wczesnych, udokumentowanych badań tesselacji. Pisał o regularnych i półregularnych tesselacjach w swoim dziele zatytułowanym *Harmonices Mundi*. Był prawdopodobnie pierwszym, który zbadał i wyjaśnił sześciokątne struktury plastra miodu i płatków śniegu.

Ponad dwieście lat później, w 1891 roku, rosyjski krystalograf E.S. Fiodorow udowodnił, że każde okresowe pokrycie powierzchni zawiera jedną z siedemnastu różnych grup izometrii.

Praca Fiodorowa zapoczątkowała nieoficjalny początek matematycznego badania tesselacji. Do wybitnych nazwisk i dat w tej dziedzinie badań należą: Szubnikow i Biełow (1951); oraz Heinrich Heesch i Otto Kienzle (1963).

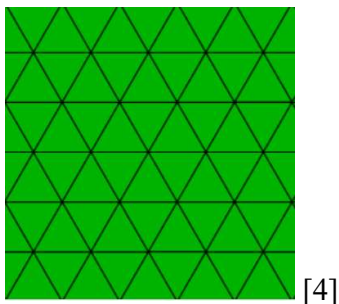
3. Rodzaje parkietaży

1. *Periodyczne parkietaże foremne regularne (platońskie).*

Składają się z identycznych wielokątów foremnych, których jednakowa liczba schodzi się w każdym wierzchołku. Istnieją tylko 3 takie parkietaże. Poniżej przykłady:

Parkietaż zbudowany z trójkątów równobocznych:

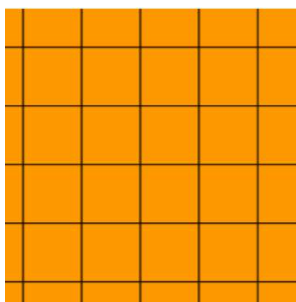
oznaczenie 6^3 lub 3.3.3.3.3 wskazuje na połączenie w wierzchołku sześciu jednakowych figur, z których każda ma 3 boki.



[4]

Parkietaż zbudowany z kwadratów:

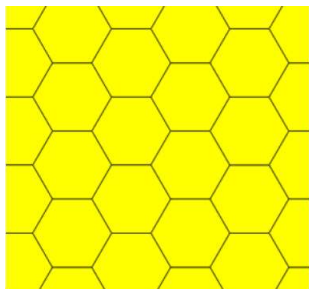
Oznaczenie 4^4 lub 4.4.4.4 wskazuje na połączenie w wierzchołku czterech jednakowych figur, z których każda ma cztery boki.



[4]

Parkietaż zbudowany z sześciokątów:

Oznaczenie 3^6 lub $6.6.6$ wskazuje na połączenie w wierzchołku trzech jednakowych figur, z których każda ma sześć boków.



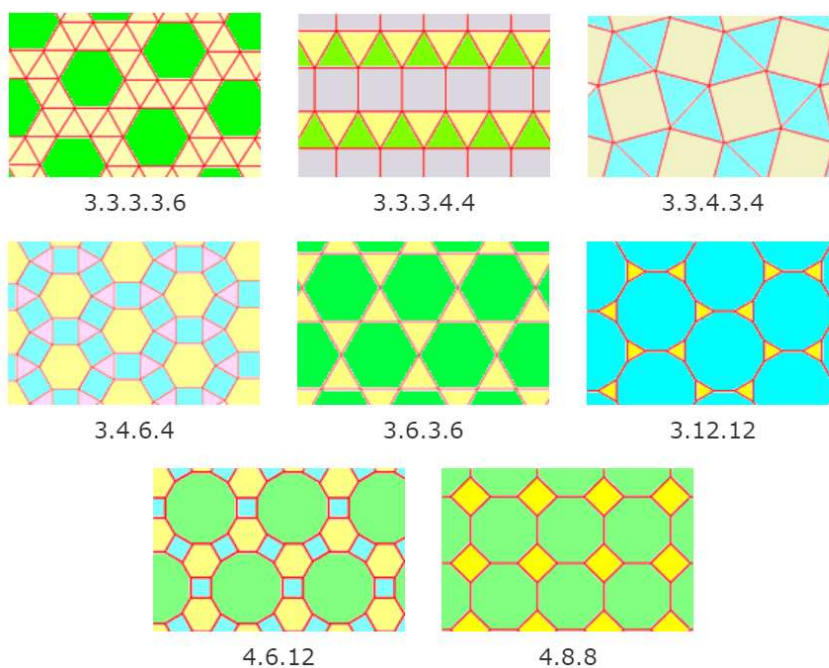
[4]

2. *Periodyczne parkietaże półforemne regularne (archimedesowskie).*

Składają się z różnych typów wielokątów foremnych. Wierzchołki tego parkietażu są identyczne tzn łączą się w wierzchołku zawsze te same figury..

Istnieje tylko 8 takich parkietaży: $(3^4, 6)$, $(3^3, 4^2)$, $(3^2, 4, 3, 4)$, $(3, 4, 6, 4)$, $(3^2, 6^2)$, $(3, 12^2)$, $(4, 6, 12)$, $(4, 8^2)$.

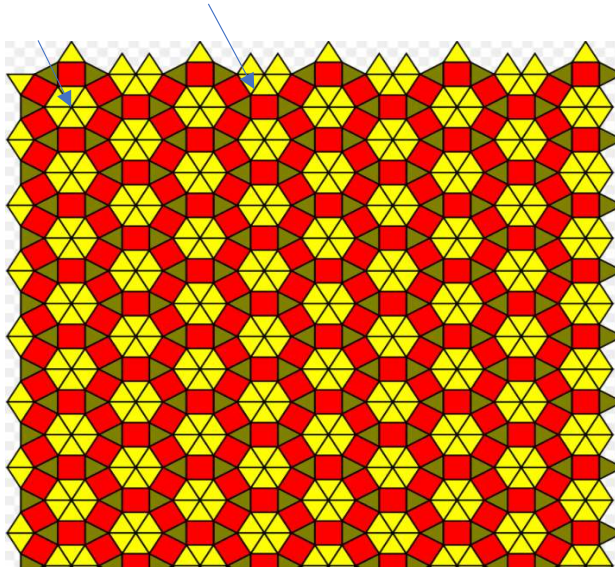
Z tych samych wielokątów można budować różne parkietaże.



[19]

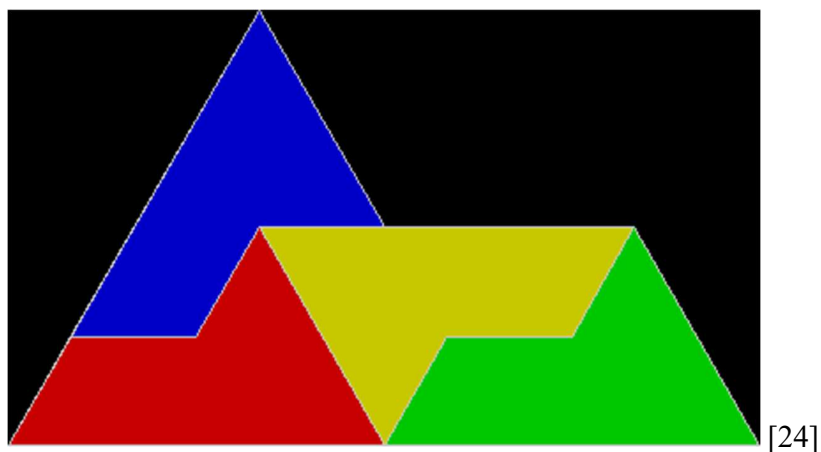
3. *Periodyczne parkietaże półforemne nieregularne.*

Przykładem jest parkietaż Johnsona, który ma dwa rodzaje wierzchołków:
 3^6 oraz $(3^2, 4, 12)$.



4. *Periodyczne parkietaże nieregularne.*

Przykładem może być parkietaż złożony z tylko jednego pięciokąta (potocznie zwanego sfinksem). Wielokąt ten, jest na razie jedynym znanym pięciokątem, za pomocą którego można wypełnić całą płaszczyznę.



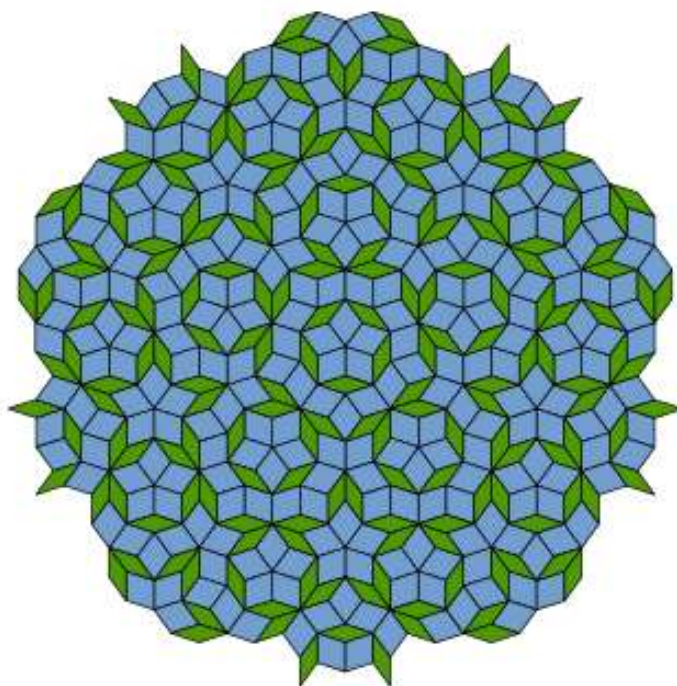
5. Parkietaże nieperiodyczne.

Przykładem jest parkietaż Pearsona zbudowany z dwóch typów złotych deltoidów. (czworokąt mający oś symetrii, która to przechodzi przez dwa jego wierzchołki leżące naprzeciw siebie)

Kąty deltoidu wypukłego wyrażone w stopniach: 72° , 72° , 72° , 144° .

Kąty deltoidu wklęsłego wyrażone w stopniach: 36° , 36° , 72° , 216° .

W 1972 roku angielski fizyk i matematyk odkrył **nowy typ tesselacji**, nazwany od jego nazwiska parkietażami **Penrose'a**. Ich szczególną cechą jest to, że są nieokresowe (tzn. nie da się tak, przesunąć płaszczyzny, aby wzór nałożył się na siebie) oraz istnieje ich nieprzeliczalnie wiele. Sama możliwość stworzenia takiego parkietażu została udowodniona w 1966 r. przez Roberta Bergera oraz Macieja Mende, jednak ich parkietaż składał się z ponad 20 000 różnych kafelków. Penrose'owi udało się zbudować taki parkietaż z dwóch rodzajów rombów. [5] ; [6] ; [9]

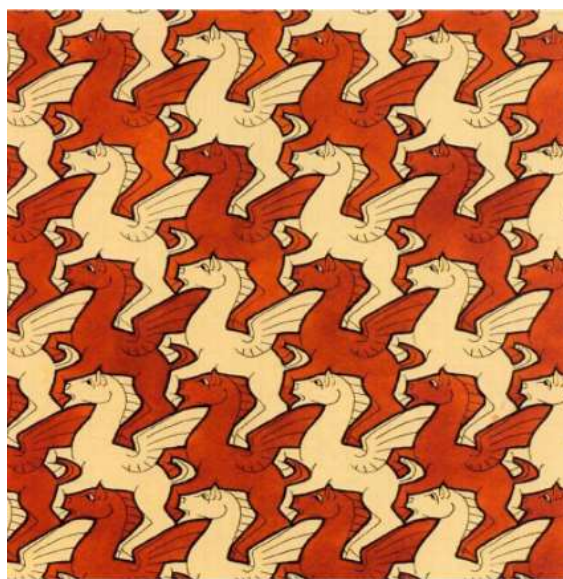
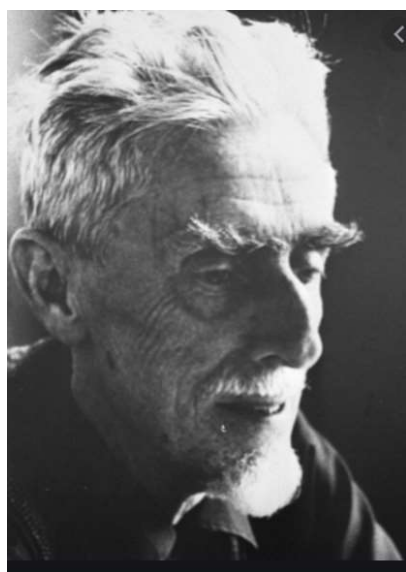


[5]; [9]

4. Parkietaże w sztuce

Ze względu na swoje właściwości i estetykę dekoracyjną tesselacje znalazły zastosowanie zarówno w sztuce, jak i w architekturze.

Zafascynowany tesselacją był **Maurits Cornelis Escher (1898-1972)** - holenderski grafik o wyjątkowej wyobraźni geometrycznej, najbardziej znany artysta w świecie nauki. [8] Fascynacja Eschera tym tematem była efektem podróży do Hiszpanii w 1922 roku i zauroczenia pięknem geometrycznych wzorów islamskich w pałacu Alhambra w Granadzie. Zainspirowany arabskimi ornamentami holenderski twórca wypełniał odtąd płaszczyznę rybami, ptakami, gadami, pajacami i innymi postaciami o przedziwnych kształtach, a do projektowania tych figur wykorzystywał przekształcenia geometryczne - symetrie, translacje i obroty. Uzyskiwał w ten sposób zaskakujące wzory, noszące dziś nazwę parkietaży escherowskich. Ich strukturę można opisać i sklasyfikować, stosując dwuwymiarowe grupy symetrii (tzw. grupy tapetowe). [7]; [8]; [9]

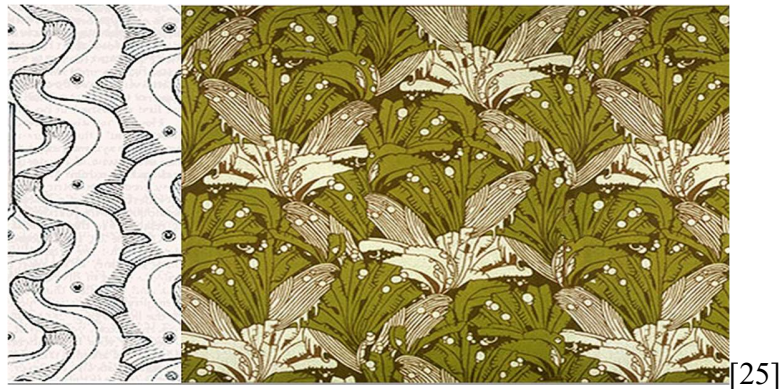


[9]

Artysta tak pisał w liście do bratanka w 1944 roku: *Na pierwszym miejscu w pracy stawiam dopełniający się bez reszty regularny podział płaszczyzny. We wszystkich rysunkach z ostatnich kilku lat pokrywam ją całkowicie przystającymi figurami, nie pozostawiając ani kawałka wolnej przestrzeni; moje rysunki nie mają końca i powtarzają się na nich bez przerwy te same elementy.*

Wystawa dzieł Eschera towarzyszyła Międzynarodowemu Kongresowi Matematyków w Amsterdamie w 1954 roku. Jego twórczość kształtuje wyobraźnię artystów, grafików komputerowych i pasjonatów matematyki. [7] ; [8] ; [9]

Koloman Moser (1868 – 1918) - austriacki malarz, grafik i projektant, jeden z najwybitniejszych reprezentantów Secesji Wiedeńskiej; podobnie jak Escher, był mistrzem tesselacji. Kierował swoją uwagę na każdą dziedzinę sztuki użytkowej, projektując meble, szkło, wyroby z metalu, biżuterię, plakaty, zabawki i wnętrza, gdzie starał się łączyć głównie geometryczne cechy z otoczeniem, tworząc rytmiczną przestrzeń sześciennych form i kontrastujących kolorów. [9]



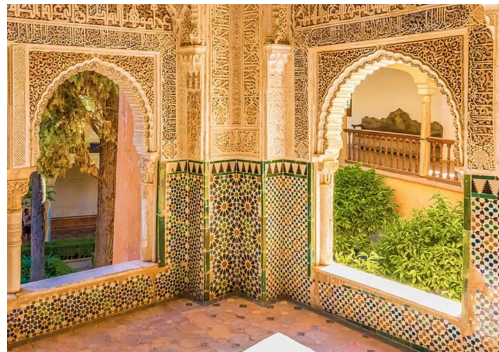
Hans Hinterreiter (1902 – 1989) szwajcarski artysta znany z geometrycznego malarstwa abstrakcyjnego i op-artu.

Twórczość Hansa Hinterreitera jest często opisywana jako „abstrakcyjna” i „optyczna”, prawdopodobnie ze względu na jego fascynację tesselacją i sposobem łączenia kształtów w nieskończone wzory barwne i dynamiczne kompozycje. [9] ;



5. Przykłady parkietażu w architekturze.

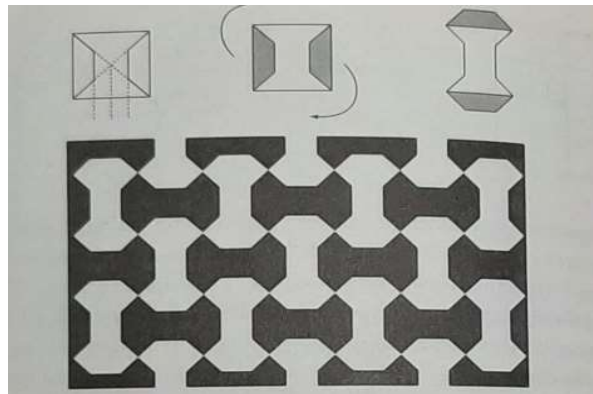
I. Hiszpański pałac Nasrydów – **Alhambra w Grenadzie, Hiszpania** to wspaniały pomnik sztuki geometrycznej, jedna z najczęściej odwiedzanych atrakcji świata. Niemal wszędzie w pałacu znajdują się mozaiki.



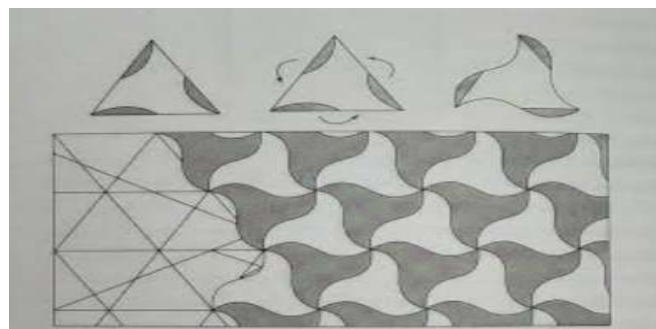
[11]

Przy bliższej analizie można zauważyć, że opierają się one na prostych zasadach, co pokażę na trzech rodzajach płytek. Ich przesunięcie i powtarzające się układy dają zaskakujące efekty.

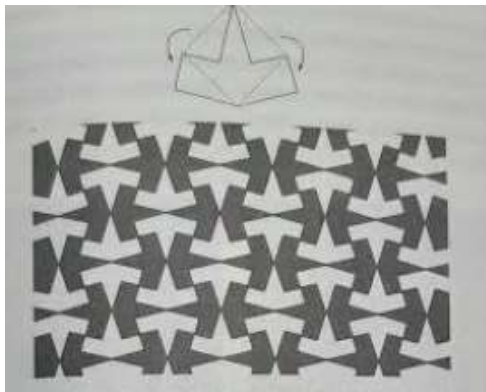
Pierwszy rodzaj płytek: kości Nasrydów



Drugi rodzaj płytek „ptaszek” powstaje z trójkąta:



Trzecia płytki powstaje z kwadratu i tworzy mozaikę „gwoździ” [33]



II. **Taj Mahal, Indie;** Zapierający dech w piersiach, Taj Mahal w Agrze w Indiach, to nie tylko pomnik Mumtaz Mahal, trzeciej żony cesarza Mogołów, Szacha Jahana, ale także hołd dla lustrzanej symetrii. Doskonałym przykładem parkietażu są wzory płytek bruku pokrywających ziemię wokół Taj Mahal.



[12]



[12]

III. Piramida Luwru, Paryż; Francja – przykład tesselacji.

Piramida ma 21,65 m wysokości, a bok podstawy ma 35,42 m. W piramidzie znajdują się 603 tafle szklane o kształcie rombu i 70 tafli trójkątnych, co daje łącznie 673 elementy.



[13]

IV. London's Swiss Re building, Anglia;

Zaprojektowany przez Normana Fostera, oddany do użytku w 2004, nazwany „Korniszonem” dzięki unikalnej wieży w kształcie pocisku, London's Swiss Re (30 St Mary Axe) wyróżnia się jako jeden z najbardziej oszałamiających i docenianych przez krytyków architektonicznych elementów londyńskiego City. [18]



V. Al-bahr towers, Abu Dhabi ZEA; Dwie 25-kondygnacyjne wieże biurowe zostały zaprojektowane parametrycznie w oparciu o islamskie mozaiki geometryczne, wykorzystując tesselację prostych kształtów.



[14]

6. Parkietaże w przyrodzie

I - *Plaster miodu*



Budowa komórki pszczelej od dawna interesowała matematyków i fizyków (Arystoteles IV w pne; Reaumu XVIII w.; Pappus III- IV w.; Jan Brozek XVII w.; Koenig, Mac-Laurin i Huiller XVIIIw.). Badali oni architekturę komórki i podziwiali niezwykle instynkt pszczół.

Przyjrzyjmy się dokładnie budowie plastra. Składa się on z szeregu komórek woskowych sześciograniastych, ułożonych w dwu warstwach stykających się wspólnymi denkami. Dna nie są płaskie, są to naroża uformowane z trzech równych rombów. [36]

Dlaczego pszczoły wybrały taki kształt? Na to pytanie próbował już odpowiedzieć uczony rzymski w 36 roku p.n.e. - Marcus Terentius Varro (116 r. pne -27 p.n.e.) Varro uważał, że może istnieć głęboki powód takiego zachowania pszczół. Może plaster miodu zbudowany z sześciokątów może pomieścić więcej miodu. Może sześciokąty wymagają mniej wosku budowlanego. Może jest tu ukryta logika. W plastrach pszczoły przechowują miód, który jest dla nich bezcenny, gdyż jego produkcja wymaga wielogodzinnych lotów i olbrzymiego nakładu pracy – z pewnością możemy stwierdzić, że w ulu pszczoły chcą szczelnej, bezpiecznej struktury magazynowej, która równocześnie najprostsza do zbudowania.

Wybierając sześciokątną formę komórek, pszczoły uzyskały najbardziej ekonomiczne wypełnienie wnętrza ula, wybrały taki wielokąt, który zwielokrotniony, pokrywa płaszczyznę bez żadnych szpar i szczelin. Budując sześciokątne komórki, osiągnąć można największą pojemność komórek przy względnie najmniejszym zużyciu wosku. Przy równej powierzchni sześciokąty mają najmniejszy obwód. [26]

II - *Skorka ananasa*. Ananas składa się z wielu sześciokątów, ale nie są one regularne. Suma miar kątów w dowolnym sześciokącie jest równa 720° .



[foto z <http://geoinnature.blogspot.com/2012/04/tessellation-examples.html>]

III - Sieć pajęcza. Misterne arcydzieło geometryczne



IV - *Fritillaria* – szachownica – pochodzi z rodziny liliowatych a rodzaj *Fritillaria* liczy 141 różnych gatunków. Łacińska nazwa pochodzi od określenia oznaczającego kubek do gry w kości.



[foto z <https://en.wikipedia.org/wiki/Fritillaria>]

V - *Skorupa żółwia* - składa się z kilku kształtów, zawiera nieregularne sześciokąty otoczone pięciokątami.



[foto z <https://www.pinterest.co.uk/warmwinterarts/nature-tessellation/>]

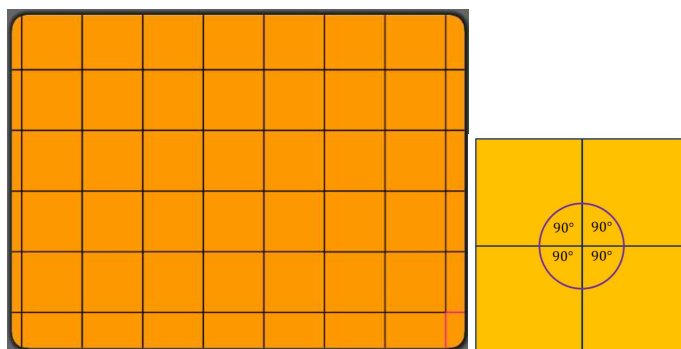
7. Figury, które mogą być użyte do tworzenia parkietażu.

Korzystając ze strony:

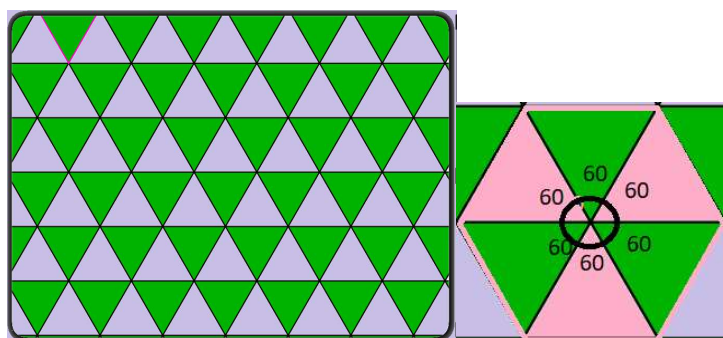
<https://www.nctm.org/Classroom-Resources/Illuminations/Interactives/Tessellation-Creator/>, możemy samodzielnie, w prosty sposób sprawdzić jakie wielokąty mogą być używane do tworzenia parkietaży:

Zacznijmy od **kwadratu**, wiemy już że kwadrat jest wielokątem używanym do tworzenia parkietażu foremnego, regularnego. Nasze doświadczenie potwierdza tezę, iż używając kwadratów, możemy dokładnie i bez luk wypełnić płaszczyznę.

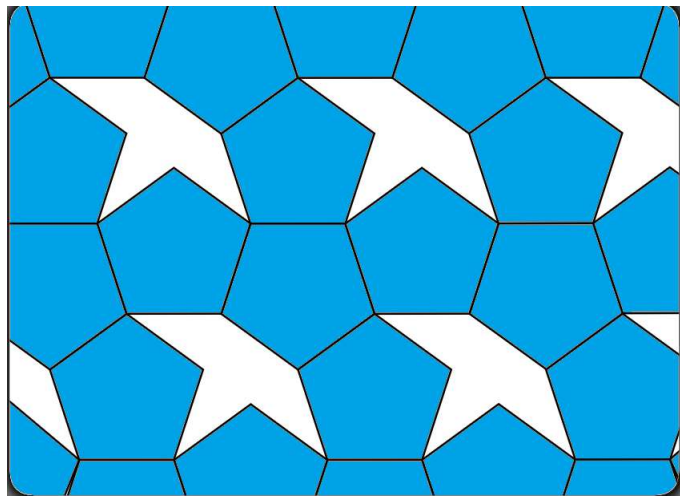
Zauważamy, że w wiechrzołkach (węzłach parkietu – czyli punktach tego parkietu, w których schodzą się końcowe punkty boków) parkietażu stykają się 4 figury, a suma kątów w wierzchołku wynosi 360° [34]



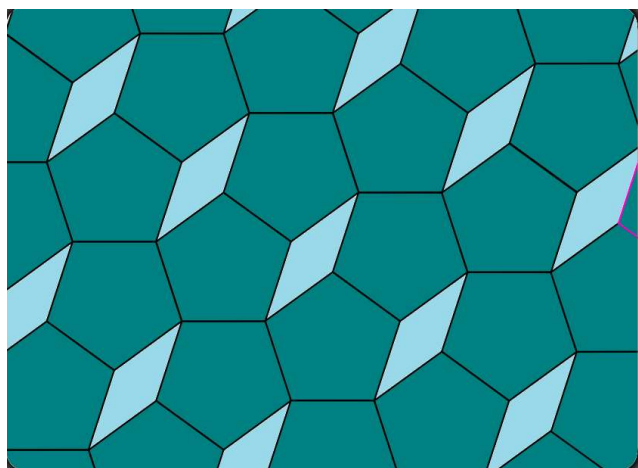
Tak samo możemy pokryć płaszczyznę używając **trójkątów równobocznych**, w tym przypadku w wierzchołku styka się 6 figur, kąt każdej z ich to 60° w sumie $6 \times 60^\circ = 360^\circ$



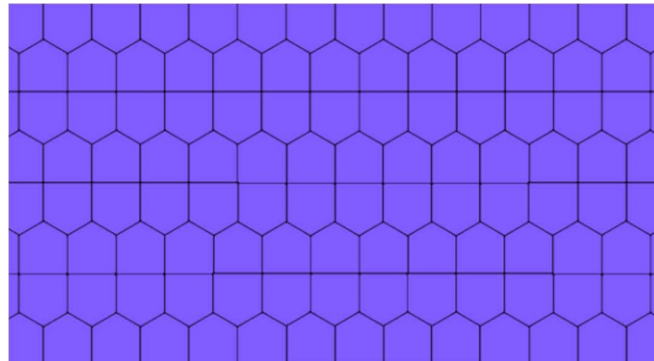
Zbadajmy teraz jakie **pięciokąty** mogą być użyte do pokrycia powierzchni w taki sposób, aby nie pozostawały luki i figury nie nachodziły na siebie. Próbowałam użyć pięciokąta foremnego do wypełnienia całej powierzchni, ale poniższy przykład pokazuje, że nie jest to możliwe, pozostają "niezapełnione" pola, które w mojej mozaice ułożyły się w „półgwiazdy”. Pięciokąt foremny (mający wszystkie kąty o tej samej mierze i wszystkie boki o tej samej długości) sam nie utworzy parkietu.



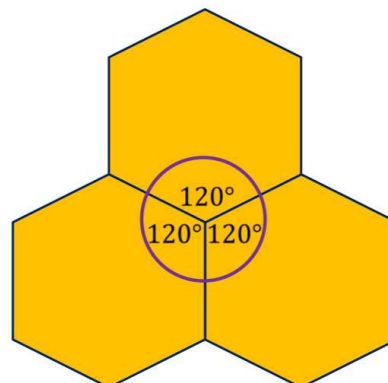
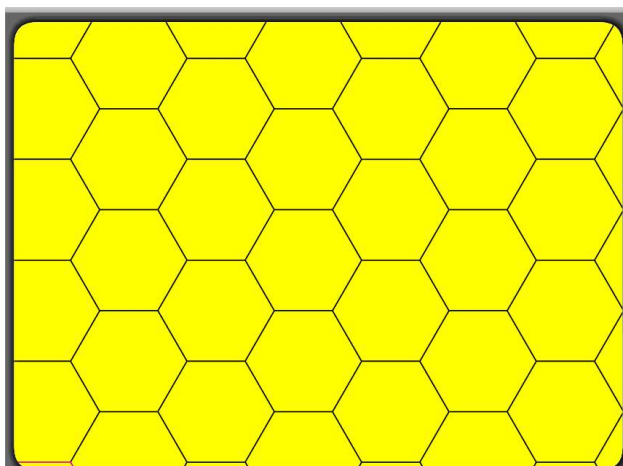
Ale jeśli dodamy inny kształt, na przykład **romb**, wtedy oba kształty razem będą tworzyć tesselację, jak w przykładzie poniżej:



Z łatwością można również zbudować parkietaż z pięciokątów o kształcie koperty:

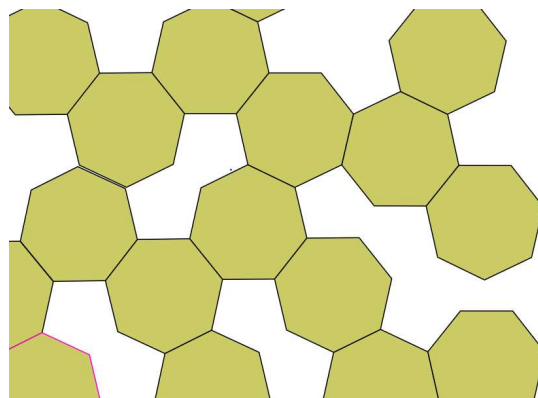


Kolejna figura, która spełni warunek: suma miar całkowitej liczby równych kątów musi wynosić 360° by pokrycie płaszczyzny było możliwe to sześciokąt foremny.

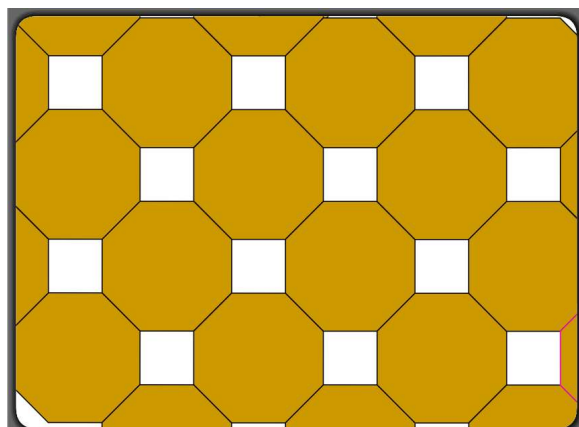


Można ułożyć sześciokąt foremny na płaszczyźnie bez zakładki ani przerwy, ponieważ każdy z jego wewnętrznych kątów ma wartość 120° .

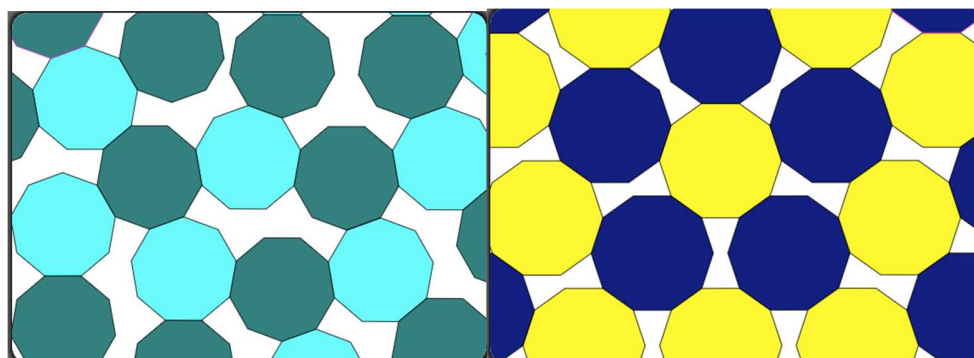
Kolej na siedmiokąt foremny, przykład mój dokładnie pokazuje, że używając tylko 7-kątów foremnych nie można pokryć powierzchni bez pozostawienia niezapełnionych luk.



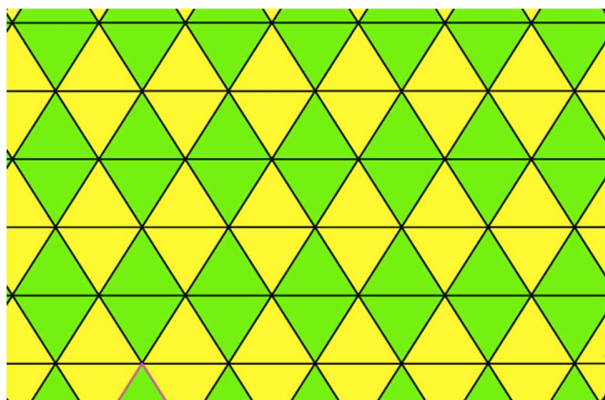
Również ośmiokąt foremny nie może być samodzielnie użyty do tworzenia parkietażu, ale po dodaniu kwadratu otrzymujemy parkietaż archimedesowski.



Ani dziewięciokąt, ani dziesięciokąt foremny nie stworzą samodzielnie parkietu.

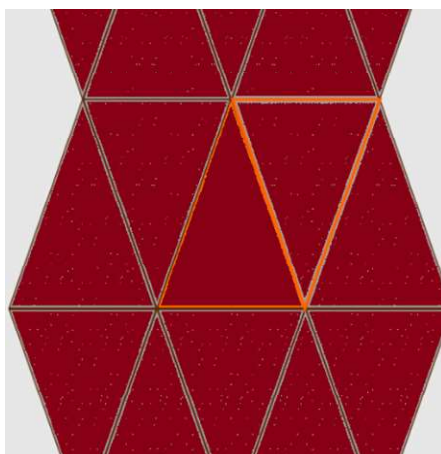
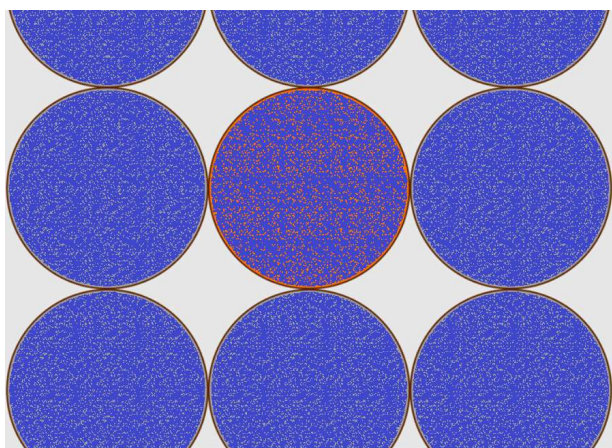
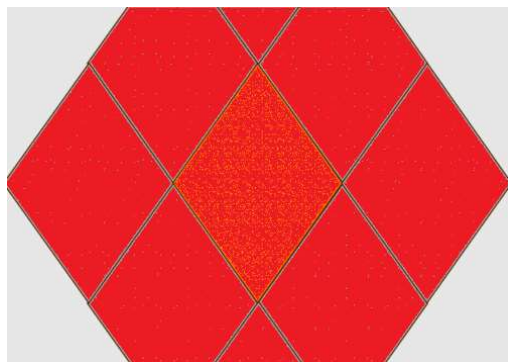
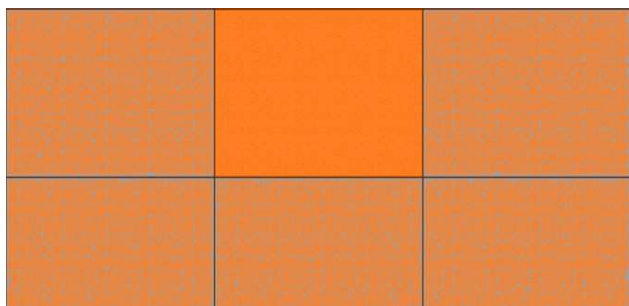


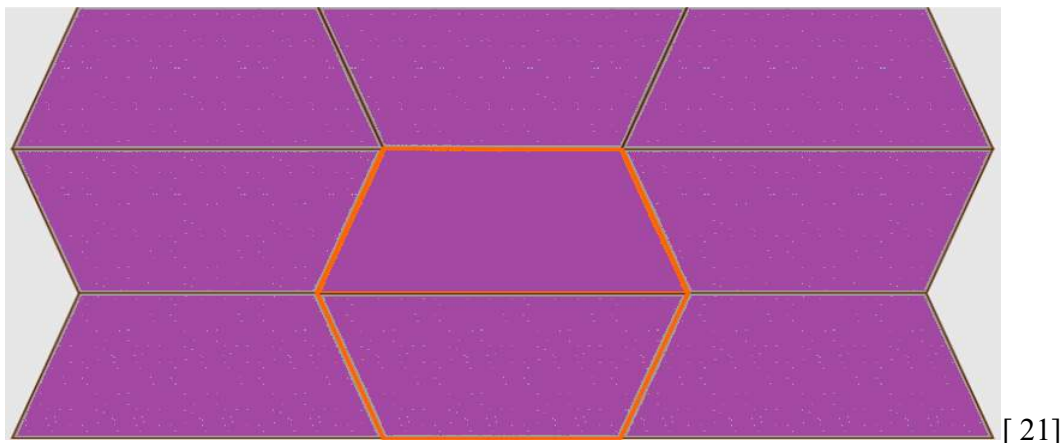
Poniższe zdjęcie przedstawia parkietaż utworzony z rombów, które składają się z dwóch przystających (takich samych) trójkątów równoocznych.



Spróbujmy jeszcze przyglądać się innym figuram:

Prostokąt / romb / koło/ trójkąt równoramienny/ trapez





[21]

Podsumowując, parkietaż można ułożyć tylko z wielokątów, które da się poukładać tak, aby **sąsiadujące ze sobą figury miały wszystkie boki wspólne, figury wychodzące z jednego wierzchołka pokrywały dokładnie całą powierzchnię** (kartkę, posadzkę) **dokoła niego** (nie nachodziły na siebie). Suma kątów wokół wierzchołka wynosić będzie 360° . Można to zrobić samymi trójkątami równobocznymi, kwadratami, sześciokątami foremnymi. [20]

W przypadku, gdy chcemy użyć różnych wielokątów, muszą one mieć taką samą długość boków. Należy je tak poukładać, aby każdy wierzchołek dokoła otoczony był odpowiednimi figurami.

Nie można ułożyć z takich figur, które nie będą miały sąsiednich boków wspólnych, i nie będzie można pokryć nimi całej powierzchni dokoła danego wierzchołka, np. samymi pięciokątami foremnymi i ośmiokątami foremnymi. [26]

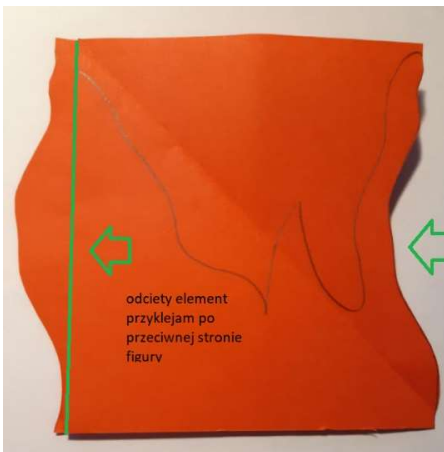
8. Jak wykonać parkietaż? [17]

W tym rozdziale chciałam przedstawić jak w łatwy sposób można samemu stworzyć własny parkietaż. Do wykonania pracy użyłam kwadratowej kartki, której nadałam nowy kształt, a następnie odwzorowałam go na kartce papieru, przypasowując dokładnie wzór do obrysu, tak aby ściśle do siebie przylegały.

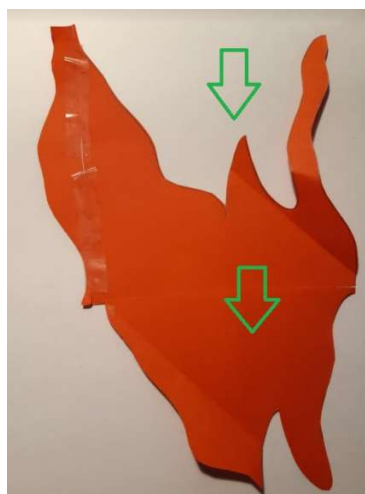
1. Na kwadratowej kartce rysuje linie wzdłuż, której poprowadzę cięcie.



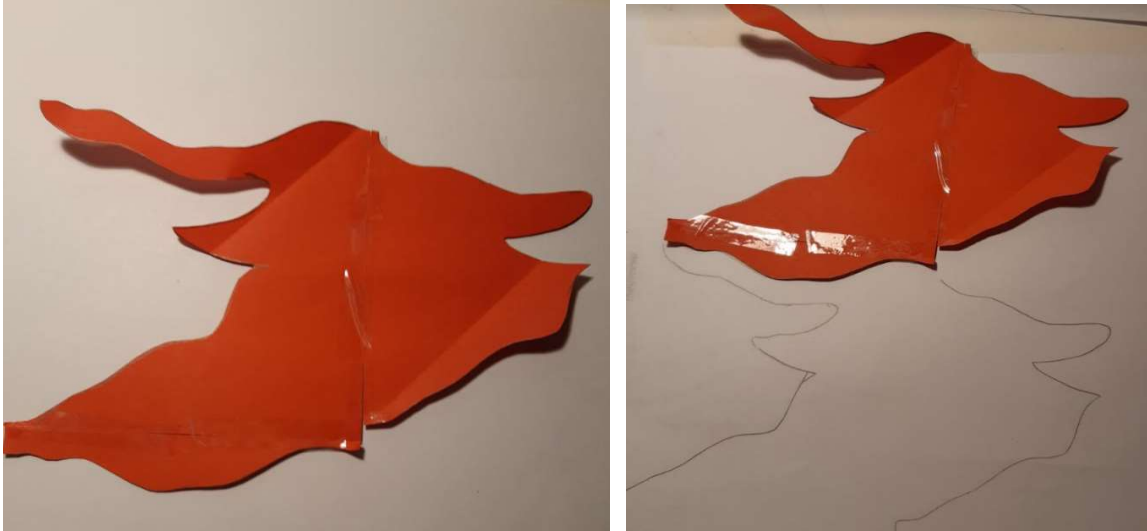
2. Odcinam zaznaczone fragmenty



3. Przyklejam odcięte elementy po przeciwnych stronach



4. Obracam powstałą figurę i odrysowuję ją na kartce kilkakrotnie, dokładnie przykładając wycięty element do odrysowanego.



5. Koloruję wzór który powstał z mojego modelu



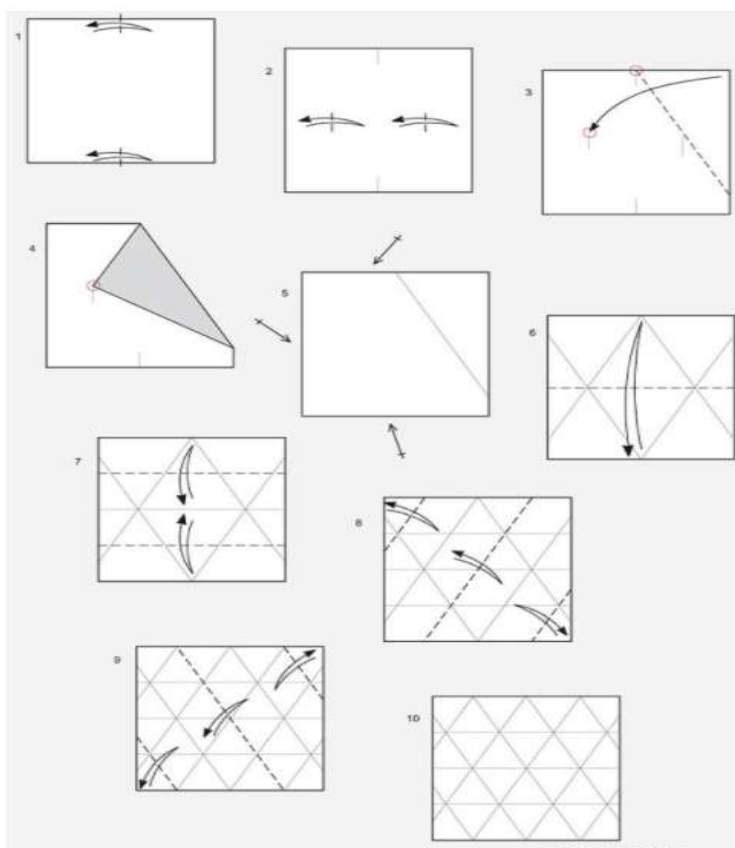
9. Tessellacje origami

Tesselacje i parkietaż to nie tylko część matematyki czy sztuki. Tworzenie powtarzających się wzorów jest doskonałą zabawą czy kreatywną możliwością spędzenia wolnego czasu.

Tesselacja origami jest podobna do parkietażu. Zasadnicza różnica jest taka, że tesselacja origami powstaje z jednego kawałka papieru, w przypadku gdy parkietaż budowany jest z odrębnych figur. [27]

Tesselacje w origami zostało zapoczątkowane przez **Shuzo Fujimoto** japońskiego nauczyciela chemii, pod koniec lat sześćdziesiątych. W 1976 roku opublikował on książkę „Solid Origami” gdzie po raz pierwszy znalazły się wzory tesselacji origami. Artyści, w tym Chris Palmer, Tom Hull, Helena Verrill i inni, rozwinęli tę formę sztuki dalej.

Składanie tessalacji można zacząć od wydrukowania gotowego motywu i następnie składać wzdłuż linii. Motyw zgięć oparty jest najczęściej na tesselacji trójkąta równobocznego (3.3.3.3.3.3) bądź kwadratu 4.4.4.4. Z tak przygotowanego papieru można formować wzory wykorzystując istniejące załamania.



[29]

Pasjonatem tessalacji origami jest **Eric Gjerde**, który poświęcił się całkowicie temu zajęciu. Dla miłośników tej sztuki wydał książkę „Origami Tessellations. Awe-Inspiring geometric Designs”, gdzie można znaleźć diagramy zgięć i fotografie złożonych modeli.

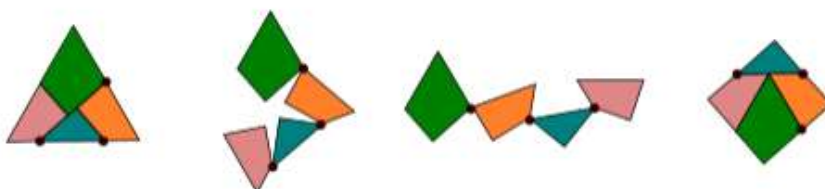


[28]

10. Matematyka rekreacyjna

Wzory tessalacji oprócz świata sztuki, architektury pojawiły się również w wielu typach układanek i gier - od tradycyjnych układanek i tangramu po bardziej nowoczesne układanki matematyczne. Większość układanek mozaikowych może być ułożonych na kilka różnych sposobów, dzięki czemu zabawa staje się bardziej kreatywna.

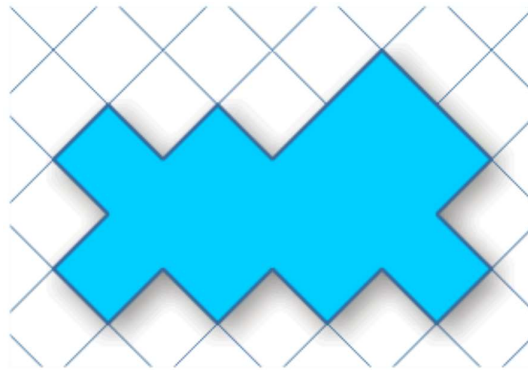
W matematyce rekreacyjnej, autorzy tacy jak Henry Dudeney i Martin Gardner wykorzystali wiele z tessalacji. Znany ze swoich łamigłówek i gier matematycznych, Dudeney (1857–1930) wynalazł zawiasową układankę zwana dysekcją Dudeneya. Jest to rodzaj rozwarstwienia geometrycznego, w którym wszystkie elementy są połączone w łańcuch za pomocą punktów "zawiasowych", tak że przestawienie z jednej figury na inny można przeprowadzić, obracając łańcuch w sposób ciągły, bez zrywania żadnego z połączeń.



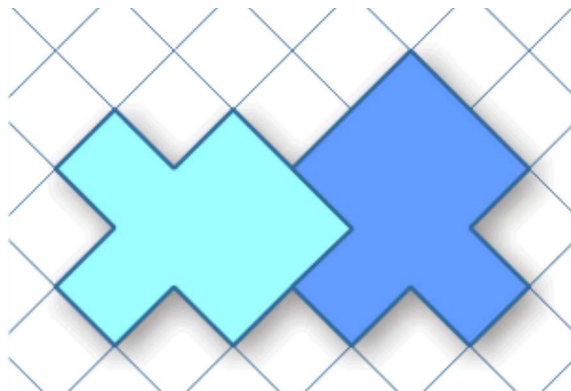
Dysekcja Dundeneya. [22]

Amerykański dziennikarz i popularyzator nauki, Martin Gardner (1914-2010) zajmował się matematyką rekreacyjną. Jego artykuły w *Scientific American* zainspirowały wielu matematyków zainteresowanych tesselacjami.

Jednym z moich ulubionych zadań jest „szalone cięcie” – zadanie polega na podzieleniu figury na dwie identyczne części jedną linią (nie musi to być prosta)

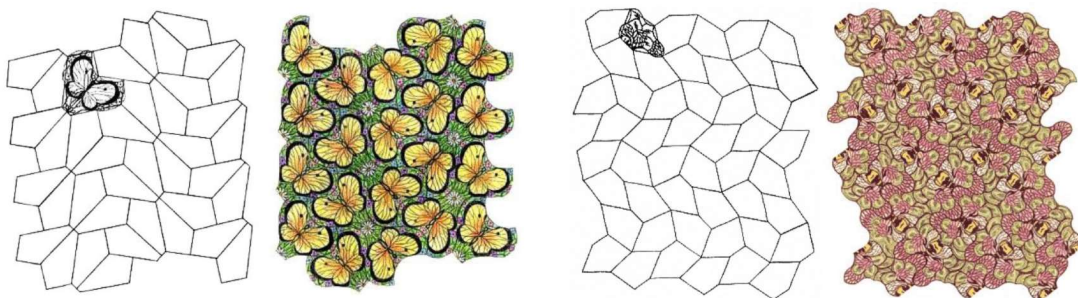


Rozwiązanie:



[30]

Matematykiem - amatorem zainspirowanym artykułami Gardnera była Marjorie Rice (1923-2017). Zainteresowana pracami dotyczącymi parkietażu płaszczyzny za pomocą pięciokątów wypukłych w przeciągu dwóch lat odkryła nowe rodzaje pięciokątnego parkietażu. [31]; [38]



Ostatnią formą rozrywki związanej z parkietażem jaką chciałam przedstawić są kolorowanki. Ta forma zabawy jest nam wszystkim bardzo dobrze znana, choć nie wszyscy zdają sobie sprawę że wiąże się ona ściśle z matematyką. Różne motywy są dostępne na wielu stronach internetowych, poniżej kilka inspiracji:

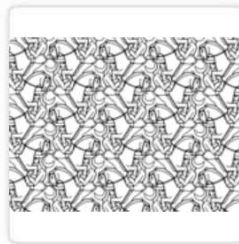
<http://www.supercoloring.com/pl/kolorowanki/kultura-sztuka/parkietaz>



Wzór jaszczurki



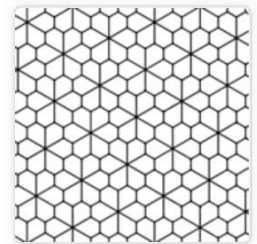
Parkietaż Pegaz zrobiony przez M.C. Escher'a



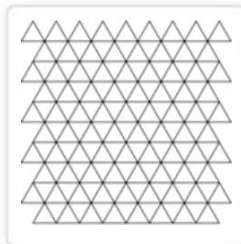
Parkietaż jeździec zrobiony przez M.C. Escher'a



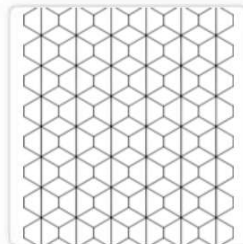
Parkietaż ptak, ryba zrobiony przez M.C.



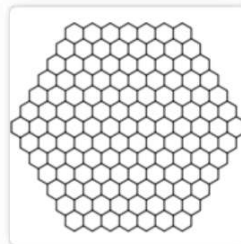
Parkietaż z kwiatową posadzką z kafli



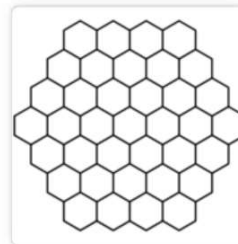
Parkietaż z trójkątem



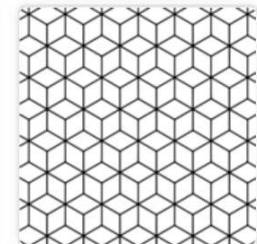
Parkietaż z rombem i trapezem



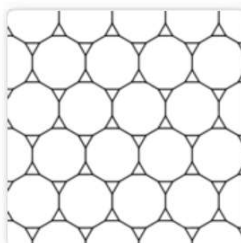
Parkietaż plaster miodu



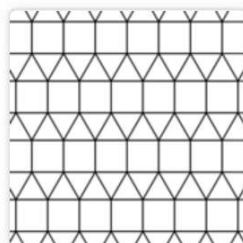
Parkietaż sześciokąt plaster miodu



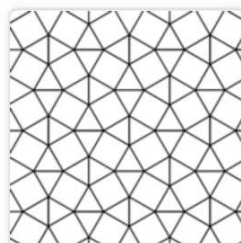
Parkietaż geometryczny ze wzorem rombu



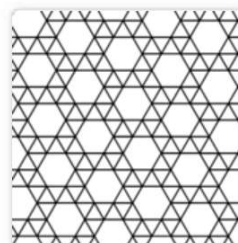
Parkietaż z trzynastokątem foremnym i trójkątem



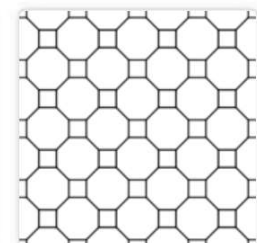
Parkietaż z trójkątem i kwadratem



Parkietaż z trójkątną i kwadratową posadzką...



Parkietaż z trójkątem i sześciokątem

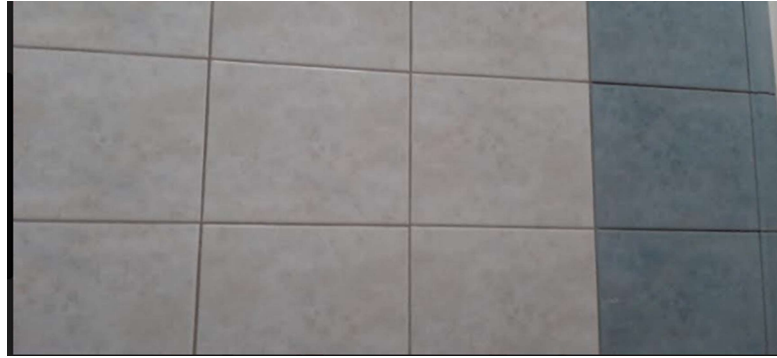


Parkietaż z ośmiokątem i kwadratem

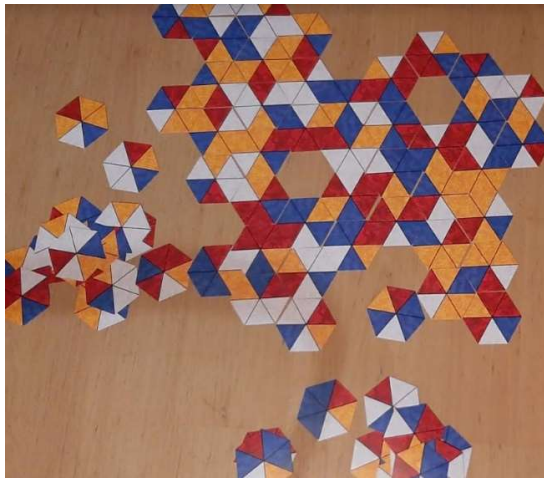
11. Parkietaże wokół nas.

Na zakończenie przedstawiam kilka zdjęć parkietaży , które można znaleźć dookoła nas. Figury geometryczne ułożone w różne wzory otaczają nas wszędzie, tylko trzeba na nie spojrzeć z innej strony 😊

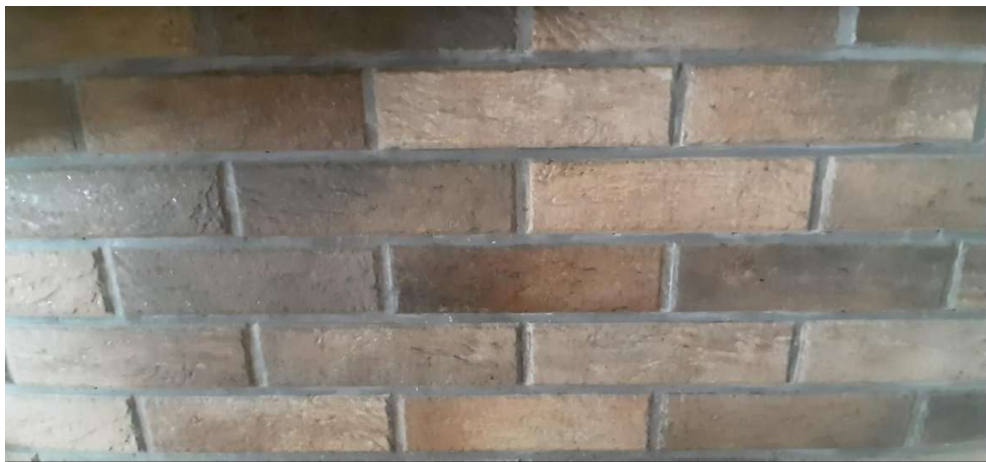
W łazience :



W zabawie



W Kuchni:



Na stole:



W kościołach:

Posadzka w kościele pod wezwaniem Wniebowzięcie NMP w Nowym Wiśniczu



Chodnik przed wejściem



Pod pomnikiem Jana Matejki w Nowym Wiśniczu



Bibliografia:

1. https://www.profesor.pl/mat/na8/na8_d_danielkiewicz_030925_2.php
2. <https://pl.wikipedia.org/wiki/Parkieta%C5%BC>
3. <https://wsobote.uniwersytetdzieci.pl/>
4. https://math.uni.wroc.pl/fmw/sites/default/files/upload_attach/parkietaze.pdf
5. https://en.wikipedia.org/wiki/Penrose_tiling
6. <http://www.student.krakow.pl/014-Wasik-Pulawy/index.html>
7. <http://logicznydesign.pl/maurits-cornelis-escher/>
8. <http://www.matematyka.wroc.pl/doniesienia/w-magicznym-zwierciadle-eschera>
9. <https://www.widewalls.ch/magazine/tessellation-mathematics-method-art>
10. <https://pl.pinterest.com/pin>
11. <https://aunclidelaaventura.com/consejos-para-visitar-la-alhambra-de-granada/>
12. <http://mathtourist.blogspot.com/2010/09/tilings-at-taj-mahal.html>
13. <https://www.ysjournal.com/wp-content/uploads/Issue07/What-are-Tilings-and-Tessellations-and-how-are-they-used-in-Architecture.pdf>
14. <https://www.designboom.com/architecture/aedas-al-bahar-towers/>
15. <http://prac.im.pwr.edu.pl/~zak/Escher.pdf>
16. <https://www.czaswdroge.pl/gran-canaria-lato-zima-cz-3/>
17. <https://www.next.cc/journey/design/tessellations>
18. www.londontown.com
19. <https://www.mathsisfun.com/geometry/tessellation.html>
20. [/jak-uklada-sie-wzory-na-chodnikach%20\(2\).pdf](#)
21. https://juliannakunstler.com/art1_tessellations.html
22. https://en.wikipedia.org/wiki/Hinged_dissection
23. <https://pl.qaz.wiki/wiki/Tessellation>
24. <https://overlordoftheuberferal.com/tag/equilateral-triangles/>
25. <http://www.opticalillusion.net/wp-content/uploads/2009/03/moserdets.jpg>
26. <https://www.npr.org/sections/krulwich/2013/05/13/183704091/what-is-it-about-bees-and-hexagons>
27. <https://www.origami-resource-center.com/origami-tessellations.html>

28. <https://www.flickr.com/groups/origamitessellations/pool/>
29. <http://www.origami.art.pl/tesselacje>
30. <https://www.theguardian.com/science/alexs-adventures-in-numberland/2014/oct/27/solutions-to-martin-gardners-best-mathematical-puzzles>
31. <https://www.quantamagazine.org/marjorie-rices-secret-pentagons-20170711/>
32. Alberti M. *Planeta matematyka / Etnomatematyka albo liczbowa podróż przez świat*
33. Corbalán F. *Złota proporcja. Matematyczny język piękna*
34. Hodi E. *Mozaika Matematyczna*
35. Jeleński Sz. *Śladami Pitagorasa*
36. Kowal S. *Przez Rozrywkę do wiedzy. Rozmaitości matematyczne*
37. Navarro J. *Po drugiej stronie lustra. Symetria w matematyce*
38. Navarro J. *Tajemnicze życie liczb. Ciekawostki matematyczne*
39. Steinhaus H. *Kalejdoskop matematyczny*