

CO MA PIERNIK DO WIATRAKA, CZYLI CO MA MUZYKA DO MATEMATYKI?



Julia Grzybek kl. VI

Szkoła Podstawowa im. s. Emilii Podoskiej w Grajowie

Opiekun pracy: mgr Agnieszka Żak - Haraburda

Spis treści

WSTĘP.....	3
MUZYKA I MATEAMTYKA W EDUKACJI PRZEDSZKOLNEJ I WCZESNOSZKOLNEJ.....	3
WARTOŚCI NUT JAKO UŁAMKI	4
ODCINKI.....	5
INTERWAŁY.....	6
ZBIORY	6
ZNANI MATEMATYCY, A MUZYKA	6
Albert Einstein	7
Pitagoras.....	7
ZNANI MUZYCY A MATEMATYKA	8
MUZYCZNA GEOMETRIA	9
METRONOM	10
DODEKAFONIA I KOMBINATORYKA.....	10
JA WŚRÓD MUZYKI I MATEMATYKI.....	10
PODSUMOWANIE.....	12
Literatura	13

WSTĘP

Matematyka to królowa nauk, w myśl słów Arystotelesa „jest miarą wszystkiego”. Starożytni Grecy uznawali muzykę za sztukę wywodzącą się z matematyki. Analogie i związki między muzyką i matematyką zostały dostrzeżone przez wielu wybitnych filozofów, matematyków jak i muzyków. Ja będąc uczniem klasy VI szkoły podstawowej i V klasy szkoły muzycznej również dostrzegam wiele podobieństw pomiędzy tymi dwoma dyscyplinami nauki. W związku z powyższym, na bazie swoich i innych doświadczeń w tej pracy spróbuję wykazać bliski związek muzyki z matematyką. Do napisania tej pracy zainspirował mnie filmik pt. „Kaczor Donald w Krainie Matematyki”, który poruszał kwestie muzyki i matematyki.

MUZYKA I MATEAMTYKA W EDUKACJI PRZEDSZKOLNEJ I WCZESNOSZKOLNEJ

Od najmłodszych lat, czyli od przedszkola muzyka jest wykorzystywana do przyswajania przez dzieci matematyki. Dzięki muzyce nauka matematyki staje się łatwiejsza i przyjemniejsza. Poprzez działania muzyczne rozwija się u dzieci zdolność spostrzegania, pamięć i wyobraźnia, a także kształtują się procesy myślowe czyli umiejętność analizy i syntezy, indukcji i dedukcji, wyciągania wniosków, abstrahowania i porównywania. Dzięki zajęciom muzycznym można łatwiej zrozumieć proste zjawiska matematyczne. Zajęcia muzyczno-ruchowe sprzyjają zrozumieniu stosunków przestrzennych na płaszczyźnie oraz różnicowaniu i nazywaniu figur geometrycznych. Dzieci doświadczają i poznają takie pojęcia jak: położenie, kierunek, wielkość, kształt, proste figury geometryczne np. koło, kwadrat, trójkąt. Na takich zajęciach dzieci doświadczają stosunków czasowo-przestrzennych typu: ustalanie kolejności zdarzeń, ustalanie równoczesności zdarzeń, określanie tempa danego utworu i określanie relacji wartości rytmicznych nut względem siebie.

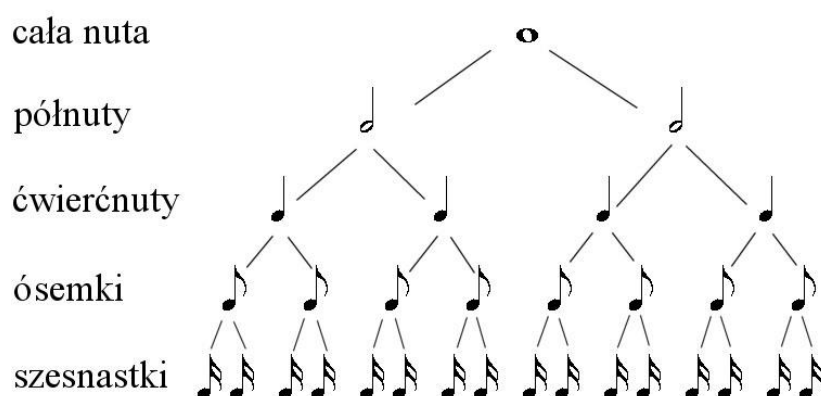
Dłonie są naturalnym instrumentem , który zawsze mamy przy sobie. Dzięki klaskaniu możemy podkreślić usłyszany rytm (np. na koncercie), możemy rytm „stworzyć” lub odwzorować. Dłońmi można wyklaskać cały utwór muzyczny, można też naśladować obserwowane rytmiczne wzory matematyczne.



WARTOŚCI NUT JAKO UŁAMKI

Pierwszą rzeczą w muzyce, która nawiązuje do matematyki są wartości nut. W „języku matematyki” można powiedzieć, że są to ułamki. Spróbujmy, więc zamienić nuty na ułamki np. ćwierćnuta (♩) to jest $\frac{1}{4}$, cała nuta (o) to po prostu 1. Poniżej przedstawiona jest ilustracja, która pokazuje układ nut i ich wartości.

PODZIAŁ REGULARNY WARTOŚCI NUT



Z nut można tworzyć także różne łańcuchówki matematyczne np.

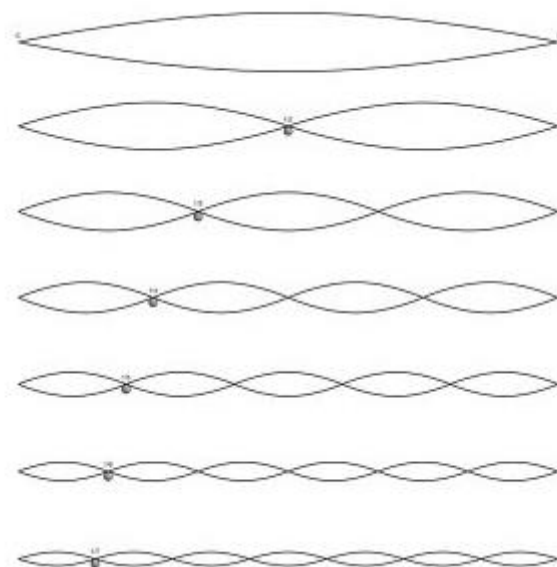
$$\text{♩} + \text{♪} - \text{♩} = \frac{1}{4} + \frac{2}{8} - \frac{1}{8}$$

czego wynikiem jest $\frac{3}{8}$ lub w zapisie nutowym ♩.

ODCINKI

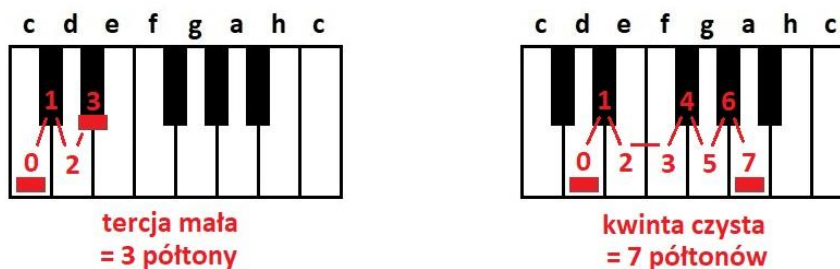
W matematyce mierzymy odcinki. W muzyce odcinki można dostrzec wszędzie. W instrumentach muzycznych, w dźwiękach, które mogą być dłuższe lub krótsze. Odległości (odcinki) między dźwiękami nazywamy interwałami np. sekunda mała/wielka, seksta mała/wielka lub tryton, czyli kwarta zwiększona lub kwinta zmniejszona i inne.

Muzyka jest tak matematyczna, ponieważ jej podstawowe zasady opierają się na fizyce dźwięku. Grecy wcześniej zdali sobie sprawę, że różne proporcje długości struny powodują różne odstępów między skokami. Jeśli struna zostanie zmniejszona o połowę, częstotliwość, z jaką wibruje, jest podwojona, a wysokość tonu wzrasta o jedną oktawę. Jeśli struna zostanie zredukowana do dwóch trzecich jej pierwotnej długości, jej częstotliwość wzrośnie do 3 połówek jej oryginału, a wysokość tonu wzrośnie o jedną piątą.



INTERWAŁY

O interwałach wspominałam już wcześniej, ale tutaj napiszę o nich dokładniej. Po pierwsze interwały zapisujemy pod postaciami cyfr; np. 8 to oktawa, 5 to kwinta czysta, 2 to sekunda itd. Każdy interwał składa się z tonów i półtonów, które najłatwiej liczy się na klawiaturze fortepianu lub pianina. Poniżej przedstawiony jest obrazek, który pokazuje jak liczy się półtony.



ZBIORY

W matematyce ważnym pojęciem są zbiory i podzbiory. Każdy zbiór jest jednoznacznie wyznaczony przez swoją zawartość (tzn. istnieje tylko jeden zbiór złożony z zadanych elementów), przy czym każdy element może należeć do danego zbioru bądź nie (tzn. element nie może należeć do zbioru np. „dwukrotnie”).

Zauważmy, że każda orkiestra, to także zespół, zbiór złożony z elementów-muzyków. W skład orkiestry wchodzi muzyka grający na różnych instrumentach. Każdy utwór jest pisany przez kompozytora z myślą o konkretnym składzie orkiestry. Obserwując grającą orkiestrę można wyróżnić różne podzbiory przyjmując różne kryteria podziału. Podział ze względu na:

- rodzaje instrumentów na jakich grają muzycy (dęte, smyczkowe, perkusyjne itp.);
- wielkość instrumentu na jakim grają muzycy;
- umiejscowienie muzyka względem dyrygenta (po prawej lub po lewej stronie, na wprost).

ZNANI MATEMATYCY, A MUZYKA

Kolejnym powiązaniem, lub nawet ciekawostką jest to, że znani matematycy wykorzystywali instrumenty i muzykę do swoich obliczeń. Przykładem może być:

Albert Einstein

Einsteina znamy głównie jako naukowca, ale grał on też na skrzypcach. Naukę gry na tym instrumencie rozpoczął w wieku 6 lat. Albert Einstein opublikował ponad 300 prac naukowych, a niektóre z nich to: opis i wyjaśnienie ruchów Browna – kolejny dowód istnienia atomów, jedno z pierwszych spekulacji o tunelach czasoprzestrzennych, ogólna teoria względności – nowa teoria grawitacji tłumacząca zjawiska grawitacyjne geometrycznymi własnościami (właściwościami) zakrzywionej przez masę lub energię czasoprzestrzeni.

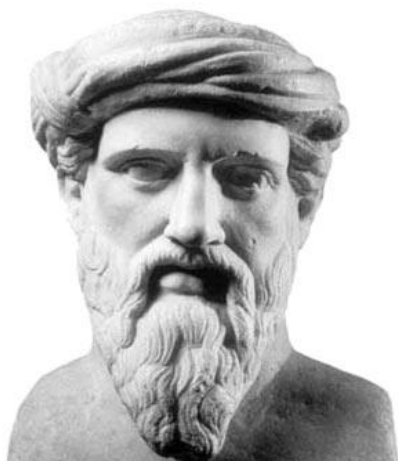
Fizyk przyznał też, że zawsze chciał, aby jego teorie były spójne, estetyczne i harmoniczne. Uważał, że muzyka może mu w tym właśnie pomóc. Powiedział też, że myśli o nauce w kategoriach obrazów i intuicji, często wywodzących się bezpośrednio z jego doświadczeń muzycznych. Dopiero później przekształca je w logikę, słowa oraz matematykę. Pomimo wzlotów i upadków związanych z nauką, Einstein kontynuował grę na instrumencie do końca życia, mówiąc: *Największą radość sprawia mi życie z moich skrzypiec.*



Pitagoras

Muzykę za pomocą narzędzi matematycznych zaczęto badać już w VI w.p.n.e. Zajmował się tym nie byle kto, bo sam Pitagoras. Założył on szkołę religijno-filozoficzną w Krotonie. W dzisiejszych czasach uczniów tej szkoły, niektórzy mogliby uznać za fanatyków, ponieważ oni uważali, że cały wszechświat jest „zbudowany z liczb” i że wszystko można określić jako ułamek. Większość badań Pitagorasa wykraczała poza realistyczną filozofię dla większości osób. Działo się tak poprzez monochord – instrument z tylko jedną struną. Jednak dla

badacza miał on wielkie znaczenie. Pitagoras analizował za jego pomocą, jak zmieniają się odległości między dźwiękami dzieląc strunę w różnych stosunkach. Odkrył, że ułamki, które w mianowniku mają liczbę naturalną, a w liczniku 1 są najprzyjemniejsze dla ucha. Odkrył w ten sposób jeden z fundamentów systemu muzycznego.



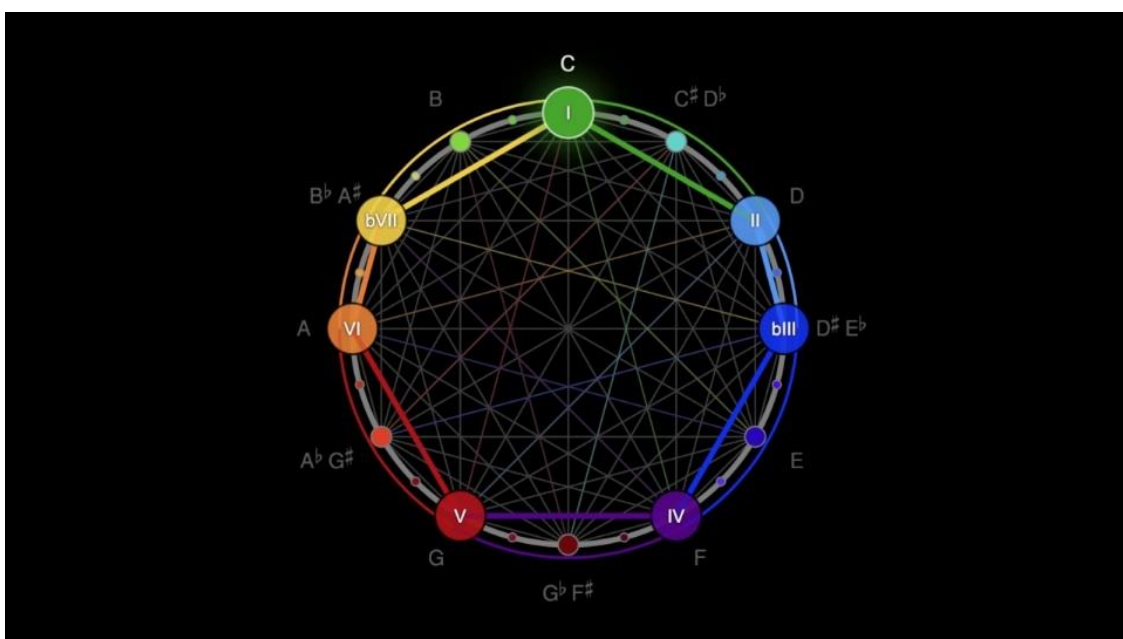
ZNANI MUZYCY A MATEMATYKA

Haydn oraz Mozart, znani muzycy, grali w grę matematyczną polegającą na układaniu kolejnych taktów melodii w zależności od wyników rzutu kośćmi do gry. Arnold Schönberg podsumował związek pomiędzy liczbami, a dźwiękami. Nazywamy to dodekafonią, czyli systemem komponowania, w którym należy użyć 12 dźwięków, w taki sposób, aby każdy pojawił się w serii, ale żaden się nie powtórzył.



MUZYCZNA GEOMETRIA

Kompozytorzy nie zawsze są świadomi tego, że używają pojęć geometrycznych w swoich utworach. Przykładem może być tzw. rak, czyli tak jakby symetria. Rak oznacza, że dany fragment melodii powtarza się do końca kompozycji, tylko że zapisany jest w odbiciu lustrzanym. Można więc tu widzieć nawiązanie do symetrii osiowej. Następnym przykładem może być repetycja. Oznacza ona zagranie danej części melodii jeszcze raz. Trójdźwięki też mają wiele wspólnego z geometrią. Popatrzmy na to z muzycznej perspektywy. Jedna „gama” ma 8 podstawowych dźwięków, w czym pierwszy z nich się powtarza, więc skoro jeden się powtarza powiedzmy, że jest tam 7 różnych dźwięków. Jeśli jest tam siedem różnych dźwięków, jest i siedem boków, a siedem boków ma siedmiokąt. To jednak nie wszystko, każdy dźwięk łączy się z każdym, więc jeżeli mamy trójdźwięki w każdym z nich są tylko 3 dźwięki, a 3 dźwięki to 3 boki, a 3 boki to trójkąt. Podsumowując „gama” tworzy siedmiokąt, a każde dźwięki tworzą trójkąt.



Pojęcia geometryczne pojawiają się też, gdy patrzemy na grającą orkiestrę. Wielu muzyków gra na instrumentach, które mają oś symetrii. Można także przyporządkowywać instrumenty do klasycznych figur lub brył. Niektóre z par są oczywiste np. trójkąt-trójkąt, talerz-koło, inne już nie np. bęben-walec.

METRONOM

W mojej pracy warto też wspomnieć o metronomie. To rodzaj zegara (pierwszy zbudował wiedeński zegarmistrz Johann Mältzel w 1815 roku), od którego różni się tym, że nie odmierza jednej jednostki czasu (sekundy), ale daje użytkownikowi możliwość wyboru, jaka jednostka czasu będzie odmierzana. Metronom wystukuje na ogół podstawową jednostkę metryczną: ósemkę w takcie $3/8$, ćwiartkę w metrum $2/4$ itd.

Wielu kompozytorów np. Ludwika van Beethoven, używało metronomu do oznaczania tempa swych utworów: obok oznaczeń słownych pisali na przykład [ćwierćnuta] = 60, co oznacza tyle, że metronom ustawiony na cyfrę 60 będzie wybijał ćwierćnuty. W utworach Roberta Schumanna oznaczenia metronomiczne budzą wątpliwości. Wynikają z nich często tempa o wiele za szybkie, niezgodne z wyrazem kompozycji. Wielu muzyków uważa, że metronom Schumanna był zepsuty.

DODEKAFONIA I KOMBINATORYKA

Kombinatoryka to dział matematyki zajmujący się zliczaniem mocy (liczebności) zbiorów. Pojawiają się tu permutacje, wariacje i kombinacje.

Dodekafonia to technika kompozytorska w muzyce współczesnej oparta na skali dwunastodźwiękowej, sformułowana na początku XX wieku przez Arnolda Schönberga i stosowana przez kompozytorów tzw. drugiej szkoły wiedeńskiej. Ta abstrakcyjna technika kompozytorska polega na zestawianiu 12 dźwięków na różne sposoby w takich sekwencjach żeby były niepowtarzalne. Mamy więc tu do czynienia z permutacjami, jest ich tu $12!$, czyli $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12$, a więc około 500 000 000.

JA WŚRÓD MUZYKI I MATEMATYKI

Bardzo interesuję się muzyką i matematyką. Uczęszczam do szkoły muzycznej w Wieliczce, gdzie uczę się grać na skrzypcach. Naukę gry na tym instrumencie zaczęłam w wieku 6 lat. Z roku na rok ucząc się matematyki w szkole podstawowej, odkrywam jak wiele wspólnego mają i jak dopełniają się te dwa przedmioty.





PODSUMOWANIE

Przedstawione przykłady potwierdzają, że istnieje relacja pomiędzy muzyką i matematyką. Praca ta pokazuje jak wiele ze sobą wspólnego mają ze sobą te dwa przedmioty dlatego zgadzam się z powiedzeniem, że „Muzyka to siostra matematyki”. Dla większości osób są to jednak odległe dziedziny – matematyka jest nauką, a muzyka sztuką. Kiedy mówiłam moim znajomym, rodzinie i przyjaciółom o temacie, który wybrałam byli zdziwieni, bo nie zdawali sobie sprawy jak wiele te dwa przedmioty mają ze sobą wspólnego. Moim zdaniem muzyka i matematyka świetnie się uzupełniają, a ich poznawanie daje wiele radości. Nie chodzi bowiem tylko o samo liczenie, ale przede wszystkim o myślenie. Myślenie matematyczne pomaga w tworzeniu muzyki, a muzyka pomaga w myśleniu matematycznym. Zgadzam się z tezą postawioną w filmiku, o którym wspomniałam we wstępie, że „bez matematyki nie byłoby muzyki”.

Literatura

<http://meakultura.pl/artikul/matematyka-muzyki-muzyka-matematyki-873>

<http://www.skrzypczyni.pl/albert-einstein/>

<https://nanasze.wordpress.com/2016/08/29/dobre-wibracje-czyli-rola-muzyki-w-mysli-alberta-einsteina/>

https://pl.wikipedia.org/wiki/Albert_Einstein

Matematyka, podręcznik do kl. 8, A. Makowski, T. Masłowski, A. Toruńska.

Materiały i sprawozdania- o relacjach między matematyką a muzyką, T. Grębski.

A. Łuczka, Muzyka jako narzędzie kształtowania myślenia matematycznego w edukacji dziecka.

<https://www.quora.com/What-is-the-relationship-between-music-and-math>

<https://www.youtube.com/watch?v=tnLsJZobnq0>, data dostępu luty 2021 r.