

Na wstępie chciałam napisać kilka słów o mnie. Mam na imię Ania, chodzę do szóstej klasy. Fascynuje mnie matematyka, rysowanie oraz projektowanie.

W tej pracy chciałabym pokazać przede wszystkim to, że nawet pozornie prosty i bezsensowny mem można zmienić w coś mądrego. Uważam że nawet osoby nieobeznane w matematyce mogłyby znaleźć tu coś ciekawego.

Spis treści:

1. Czy 67 było używane kiedyś w matematyce? Ciekawostki.
2. 67 w ułamkach.
 - 2.1 Działania z 67 na ułamkach i nie tylko.
3. Ciekawe sposoby na obliczanie działań.
4. Użycie 67 w figurach magicznych.

Zapraszam do lektury

(„> ˘ <”)

1. Czy 67 było używane kiedyś w matematyce ? – ciekawostki *(* inspiracja internet)*

Pierwszą rzeczą, którą omówię w mojej pracy będą różne ciekawostki. >◡<

- a) Mini ciekawostka: liczba 67 jest sumą pięciu kolejnych liczb pierwszych: $7+11+13+17+19$
- b) Liczba 67 jest zaliczana do liczb Heengera. Według twierdzenia Bakera Starka-Heengera jest dokładnie 9 liczb Heengera. Są to: 1, 2, 3, 7, 11, 19, 43, 67, 163.
- c) Liczba 67 jest liczbą pierwszą, która nie jest sumą dwóch kwadratów, co oznacza, że nie może być przeciwprostokątną (c) w trójce pitagorejskiej ($a^2 + b^2 = c^2$). Może jednak być przyprostokątną (a lub b). Jedyna pierwotna trójka pitagorejska z 67 to: 67, 2244, 2245 ($67^2 + 2244^2 = 2245^2$).
- d) Jest dziewiętnastą liczbą pierwszą, a ponieważ 19 również jest liczbą pierwszą, 67 zyskuje to samo miano.
- e) Nie jest podzielna przez żaden kwadrat liczby naturalnej większy od 1 oraz 67 jest liczbą pierwszą, nieparzystą i pierwszą izolowaną.

2. 67 w ułamkach $\mathfrak{z}$ l $\backslash$ ω $\curvearrowright$ $\cdot$ /

W 2 punkcie przedstawię różne zapisy ułamków, w których pojawi się liczba 67 lub 6 i 7. (*metodyka z Internetu, przykłady i rozwiązania własne)

- a) Gdybyśmy chcieli przekształcić np. ułamek $6,7(67)$ na ułamek zwykły, to jak można by to zrobić? $\Rightarrow$

$\hookrightarrow$ Załóżmy teraz, że liczba $x = 6,7\ 6767\dots$

Trzeba teraz przesunąć przecinek o pełny okres (tutaj okres ma dwie cyfry: 67) i pomnożyć obie strony razy 100.

$$(100 * x).$$

Wydzie nam $676,7\ 6767\dots$.

Teraz odejmujemy pierwsze równanie od drugiego :

$$676,7\ 6767\dots - 6,7\ 6767\dots = 670 \quad (100x - x = 99x).$$

$$99x = 670 \quad x = \frac{670}{99} \quad \text{czyli } 6\frac{76}{99}.$$

$$\text{Odp. Liczba } 6,7\ (67) = 6\frac{76}{99}$$

- b) Ułamek łańcuchowy z 67

Ten ułamek moim zdaniem jest dużo ciekawszy niż dziesiętny czy okresowy .

- 1) Jeśli chodziłoby nam o ułamek $0,67$ to ten ułamek wygląda następująco i jest skończony :

$$0,67 = 0 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{33}}} \quad (\text{zapis graficzny})$$

Pewnie się zastanawiacie, jak powstaje ten zapis. Szybkie tłumaczenie :

$$\curvearrowright \rightarrow 100 : 67 = 1 \text{ i } 33r \quad \text{potem}$$

$$\curvearrowright \rightarrow 67 : 33 = 2 \text{ i } 1r \quad \text{potem}$$

33 : 1 = 33 i 0r w skrócie - ułamek łańcuchowy to: (0,1,2,33)

- 2) Jeśli chodziłoby nam o samą liczbę 67 było by to trudniejsze . Dla samej liczby 67 jest to po prostu 67 ale my zrobimy rozwinięcie pierwiastka z 67.

Rozwinięcie $\sqrt{67}$ jest okresowe . Zapis symboliczny: 8.18535277187

Zapis graficzny : $\sqrt{67} = 8 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\dots}}}}$

A jakbyśmy chcieli przekształcić coś prostego, np. taki ułamek, w którym występuje kilka opcji? Uważam, że jest ich bardzo dużo, więc nie przedłużając przejdźmy do nich. $\mathcal{L}(\omega)$

2.1 Działania z 67 na ułamkach i nie tylko („~ ~ ~”)

Chciałabym teraz przejść do czegoś bardziej skomplikowanego - do różnych działań z użyciem liczby 67.

Czy gdybyśmy wzięli ułamek 7,6767 i odjęli od niego ułamek 6,7676, to czy w ułamku dalej była by liczba 6 albo 7? Sprawdźmy to metodą wszystko ode 9 ostatnia od 10. Jak zauważyliście jest to raczej nietypowa metoda więc można powiedzieć że łączę 3 punkt z tym.

Metoda polega na tym aby każdą liczbę po przecinku odjąć od 9 a ostatnią od 10.

→ 1-0,384

→ 9-3=6

→ 9-8=1

→ 10-4=6 Odp. 1-0,384= 0,616 („>-<”)

A co gdyby trzeba odjąć 2 ułamki od siebie? Wtedy ta metoda nie zadziała, więc spróbujmy jej na innym przykładzie.

Weźmy $7 - 6,7676$

Tu przed przecinkiem mamy całości, więc na początku musimy odjąć 1:

$$7 - 1 = 6$$

Teraz odejmujemy całości od siebie :

$$6 - 6 = 0$$

I przechodzimy do metody :

$$\heartsuit 9 - 7 = 2$$

$$\heartsuit 9 - 6 = 3$$

$$\heartsuit 9 - 7 = 2$$

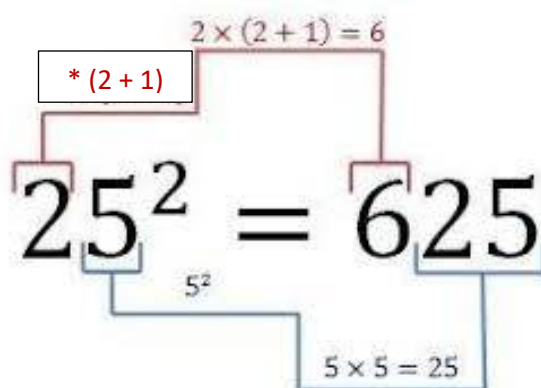
$$\heartsuit 10 - 6 = 4$$

Odp. Zatem nasz wynik to : $0,2324 \dots$

° ❁ ★. ∞ * : ° ❁ ★. ∞ * : ° ❁ ★. ∞ * : ° ❁ ★. ∞ * : ° ❁ ★. ∞ * :

Teraz chciałabym przejść do części „i nie tylko”.

Tu pokazałabym ciekawy sposób jak liczyć potęgi :3

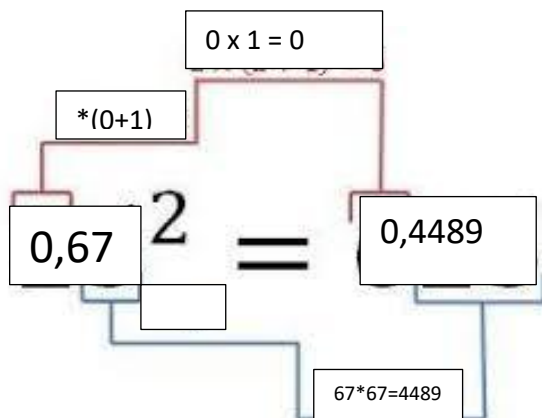


- tu chodzi o to, by pomnożyć 2 liczbę tyle razy ile wynosi potęga (kolor niebieski)



- a tu o to, by zapisać znak mnożenia, następni obok dodać nawias z daną liczbą +1. Następnie przed znakiem mnożenia wstawić daną liczbę (w tym wypadku jest to 2). (kolor czerwony)

Zróbmy teraz działanie tym samym sposobem z liczbą 67, ale żeby sobie utrudnić zrobmy to na ułamekach dziesiętnych.



Odp. $0,67^2 = 448,9$

☆ ☆ ° □ ☆ ° ☆ ☆ ☆ ° ☆ ° ☆ ☆ ☆ ° ☆ ° ☆ ☆ ☆ ° ☆ ° ☆

☆ Powróćmy teraz do naszego ułamka $6\frac{79}{99}$. Był to ułamek okresowy w postaci dziesiętnej. A co gdyby podnieść teraz ułamek ten do kwadratu ? Czy wyszedł by znowu ułamek okresowy ? Spoiler. TAK.

Ale czemu ?

Wyjaśnienie:

Najpierw z powrotem zamieńmy to na $\frac{670}{99}$. Teraz trzeba to pomnożyć : $(\frac{670}{99})^2$

I powinno nam wyjść $\frac{448900}{9801}$. Gdybyśmy zamienili ten ułamek na ułamek dziesiętny wyszedł by nam okres aż z 108 cyfr !! W przybliżeniu jest to ułamek 45(80).

A skąd wiedzieć kiedy ułamek jest okresowy a kiedy nie?

TWIERDZENIE MATEMATYCZNE :

Ułamek zwykły daje ułamek dziesiętny skończony gdy w rozkładzie mianownika na czynniki pierwsze występują wyłącznie liczby 2 i 5 .

Sprawdźmy teraz nasz mianownik 9801 : $\frac{1}{9801}$ (∞ $\square$ $<\infty$)

(9801 = 99*99) 99= 9*11 lub 3*3*11 więc teraz widać że mianownik składa się z samych 9,11 i 3.

TYM TWIERDZENIEM PRZECHODZIMY DO PKT. 3

3.Ciekawe sposoby na obliczanie działań $\star \circ \circ \star$

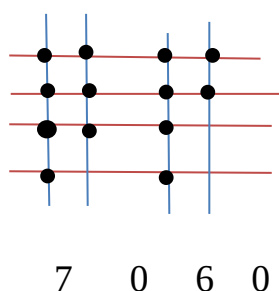
W tym rozdziale przedstawię jeszcze inne niestandardowe metody na obliczanie działań. (*bibliografia, przykłady własne).

a) Japońska metoda dzielenia przez 4.

◆ przyda się gdy masz dużą liczbę i chcesz ją szybko policzyć!

Na początek rysujemy 4 poziome linie.

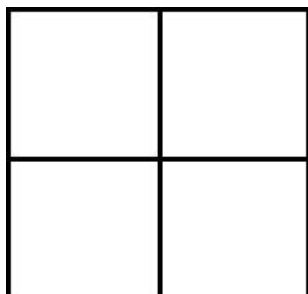
Potem piszemy liczbę którą dzielimy np. 7060, następnie rysujemy pionową kreskę od zaczynającej się liczby. Na każdym przecięciu linii poziomej i pionowej rysujemy kropkę. Krotek w rzędzie może być maksymalnie 4. Jeśli liczba jest większa należy dorysować kolejną linię tak, aby suma kropek wynosiła tyle ile liczba. (W tym wypadku to 7) Następnie powtarzamy tak z każdą liczbą, a gdy już skończymy do każdej liczby liczymy ile kresek nam wyszło. To będzie nasz wynik. W tym wypadku będzie to 2020 :3. Gdyby ktoś nie zrozumiał dokładne wytłumaczenie z ilustracją poniżej.



b) Mnożenie Hinduskie ★ ☒°.

Aby wykonać to mnożenie potrzebujemy kwadratu 2 na 2

6 7

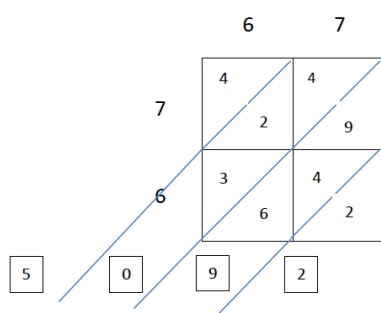


Założmy, że chcemy pomnożyć 67×76 . Musimy teraz zapisać je w takich miejscach, jak podano na rysunku: 67 na górze, a 76 po boku.

Następnie każdy mały kwadracik dzielimy na skos. Na każdy z nich przypada jedno mnożenie. Tu w 1 będzie 6×7 , w drugim 7×7 , w trzecim 6×6 a czwartym 7×6 . Po lewej stronie należy zapisać cyfrę dziesiątek a prawej, jedności.

Następnie, tak jak na rysunku należy przedłużyć skośne linie.

Teraz po kolei od prawej, do lewej z każdego przedziału spisujemy liczby, (dodajemy), a gdyby gdzieś wyszło ponad 9 cyfrę dziesiątek dodajemy o jeden w lewo. (*Przykład własny)

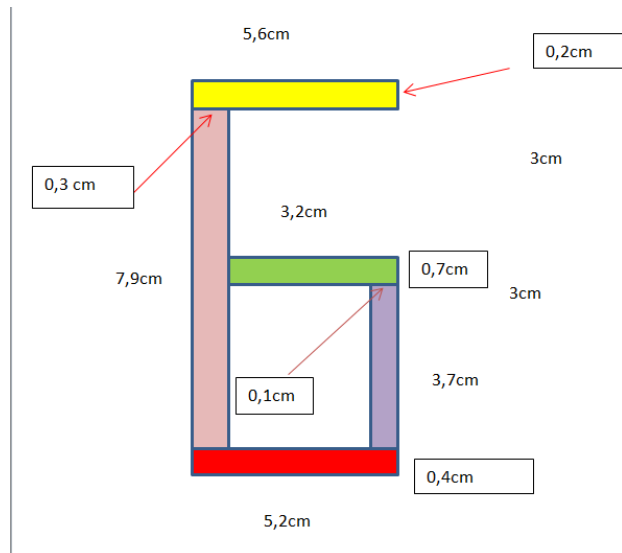


c) Obliczanie pola liczby 6 – dodatek (*przykład własny)

Na koniec postanowiłam dodać coś ekstra. Mianowicie obliczanie pola cyfry „6”. W tym pod punkcie większość pracy będzie na zdjęciu. Zaczynamy ;).

Najpierw musimy zapisać liczbę 6 bez żadnych zaokrągleń, czyli tak żeby wyglądała jak zrobiona z zapalek. Następnie podzielmy sobie ją na kwadraty i prostokąty. Teraz gdy już to zrobiliśmy, to obliczmy kolejno pole każdego, tak jak na rysunku poniżej.

Teraz jeszcze tylko wszystko dodajemy i gotowe.



Zacznijmy liczyć (*przykład własny)

Pole żółtego prostokąta wynosi $1,12cm^2$ ($5,6cm * 0,2cm = 1,12cm^2$)

Pole różowego prostokąta wynosi $2,37cm^2$ ($0,3cm * 7,9cm = 2,37cm^2$)

Pole czerwonego prostokąta wynosi $2,08cm^2$ ($5,2cm * 0,4cm = 2,08cm^2$)

Pole fioletowego prostokąta wynosi $0,37cm^2$ ($0,1cm * 3,7cm = 0,37cm^2$)

Pole zielonego prostokąta wynosi $2,24cm^2$ ($0,7cm * 3,2cm = 2,24cm^2$)

Teraz aby uzyskać pole powierzchni należy wszystko dodać.

Odp. Nasz wynik to $8,18cm^2$

Tym dodatkiem przechodzimy do czwartego, a zarazem ostatniego punktu.

*Mianowicie do **figur magicznych**.*

4. 67 w figurach magicznych (^ . ^)∫

W tym podpunkcie przedstawię kilka ciekawych kombinacji kwadratów i prostokątów magicznych. Będzie to takie eksperymentowanie i pokazywanie kilku opcji z różnych stron (**przykłady własne*).

- a) W tym kwadracie suma rzędu wynosi 15. W następnym, suma ta będzie 4 razy większa.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

- a) W tym kwadracie do każdego rzędu zostanie dodane 7 suma będzie wynosić 67 ($4 \cdot 15 + 7 = 67$).

23	18	19
16	20	24
21	22	17

- b) Natomiast w tym kwadracie chciałam uzyskać sumę 167, ale niestety jest to niemożliwe dlatego uznałam że dam liczbę 168. ($168 = 67 \cdot 2 + 34$).

57	50	61
58	56	54
53	62	53

TERAZ PRZEJDŹMY DO PROSTOKĄTÓW MAGICZNYCH

W tym prostokącie magicznym suma powinna wynosić:

Rzędy: 75

Kolumny: 45

Dlaczego nie dało się zrobić czegoś w stylu 67 i 76? Już tłumaczę.

Gdyby suma rzędu wynosiła by 67 suma wszystkich liczb wynosiła by 201. Teraz tę sumę trzeba podzielić na 5 kolumn gdzie wszedł by nam ułamek. (40,2)

Z liczbą 76 jest podobnie.

45 45 45 45 45

19	1	15	29	11	75
5	27	12	3	28	75
21	17	18	13	6	75

To już tyle z mojej strony. Mam nadzieję, że moja lektura Wam się spodobała i znaleźliście w niej coś ciekawego. Do usłyszenia ☺

BIBLIOGRAFIA

1. Jeleński Szczepan. „Lilavati”.
2. Hodi Endre. „Mozaika matematyczna”.
3. Jeleński Szczepan. „Śladami Pitagorasa”.
4. Polak G.B. „Ciekawe zadania”.
5. Krysicki Włodzimierz. „Jak liczono dawniej, a jak liczymy dziś”.
6. Kowal Stanisław. „Przez rozrywkę do wiedzy. Rozmaitości matematyczne”.
7. [https://pl.wikipedia.org/wiki/Kwadrat_magiczny_\(matematyka\)](https://pl.wikipedia.org/wiki/Kwadrat_magiczny_(matematyka))
8. <https://www.beta-iks.pl/index.php/2021/08/19/ulamki-lancuchowe/>
9. <https://matmajakiejnieznasz.blogspot.com/2018/11/mnozenie-hinduskie-jest-ciekawe-bo.html>
10. https://www.youtube.com/watch?v=ibi_1pltWe8
11. <https://www.youtube.com/shorts/dYhUj5-rlM4>
12. https://www.youtube.com/watch?v=VwLC0l_6M2A